

VŠB – Technická univerzita Ostrava  
Fakulta strojní  
Katedra aplikované mechaniky

## Biomechanika – aplikace pružného podkladu v traumatologii a ortopedii

## Biomechanics – Application of the Elastic Foundation in the Traumatology and Orthopaedics

Student:

Jakub Trušina

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Karel Frydrýšek, Ph.D.

Ostrava 2018

## Zadání bakalářské práce

Student:

**Jakub Trušina**

Studijní program:

B2341 Strojírenství

Studijní obor:

3901R003 Aplikovaná mechanika

Téma:

**Biomechanika - aplikace pružného podkladu v traumatologii a ortopedii**  
**Biomechanics - Application of the Elastic Foundation in the**  
**Traumatology and Orthopaedics**

Jazyk vypracování:

čeština

Zásady pro vypracování:

1. Provedení rešerše použití pružného podkladu v biomechanice se zaměřením na traumatologii a ortopedii.
2. Proveďte řešení interakce kovového implantátu s kostí jako úlohu pružného podkladu.
3. Získané výsledky vyhodnoťte.

Seznam doporučené odborné literatury:

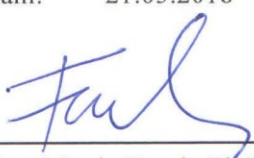
- [1] K. Frydryšek, K. Tvrda, R. Jančo et al: Handbook of Structures on Elastic Foundation, VŠB - Technical University of Ostrava, Ostrava, Czech Republic, 2013, ISBN 978-80-248-3238-8, pp. 1-1691.  
[2] Výpočtové a měřicí zprávy projektu TA03010804 "Osteosyntéza zlomenin nohy a ruky"

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Karel Frydryšek, Ph.D.**

Datum zadání: 08.12.2017

Datum odevzdání: 21.05.2018

  
Ing. Martin Fusek, Ph.D.  
vedoucí katedry



  
doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.  
děkan fakulty

#### Místopřisečné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě .....11.5.2018.....

.....*Trutina*.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 11.5.2018

Trušina  
.....  
podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Jakub Trušina

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Karlova 1, Kobeřice, 747 27

## ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Trušina, J. Biomechanika – aplikace pružného podkladu v traumatologii a ortopedii: bakalářská práce. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, 2018, 91 s. Vedoucí práce: doc. Ing. Frydryšek, K., Ph.D.

Bakalářská práce se zabývá zkouškami v tříbodovém ohybu umělých kostí s nitrodřeňovými femorálními hřebi a následným vytvořením konečno-prvkových modelů. Nitrodřeňové hřebi jsou používány k léčbě subtrochanterických zlomenin, zlomenin krčku nebo diafýzy femuru. Na ohyb se zkoušely dvě umělé kosti, kde jedna byla neporušená („zdravá“) a druhá byla rozřezána v subtrochanterické oblasti („zlomená“). Ze zkoušek se získaly diagramy průběhu zatěžující síly na průhybu kostí. Následně byl vytvořen model „zdravé“ kosti se hřebem délky 320 mm řešený pomocí mechanických kontaktů, ze kterého se získaly průběhy napětí. Poté se vytvořil konečno-prvkový model hřebu, kde se místo kosti a podpor aplikovalo na povrch hřebu pružné podloží. S porovnáním výsledků z experimentu a modelu řešeného mechanickými kontakty se našel modul stlačitelnosti podloží o hodnotě cca  $0,52 \frac{N}{mm^3}$ . Z toho vyplývá, že tento model hřebu s pružným podložím lze v tomto případě použít, když chceme znát přibližné hodnoty napětí a deformací.

Klíčová slova: femur, biomechanika, nitrodřeňový hřeb, pružné podloží, osteosyntéza, umělé kosti, mechanické kontakty, zlomeniny kostí.

## ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

Trušina, J. Biomechanics – Application of the Elastic Foundation in the Traumatology and Orthopaedics: Bachelor Thesis. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mechanics, 2018, 91 p. Thesis head: doc. Ing. Frydrýšek, K., Ph.D.

This bachelor thesis deals with three point bend tests of artificial bones with femoral intramedullary nails, following creation of finite element models. Intramedullary nails are used for fixing the long bone fractures. Two artificial bones were tested. One bone was unbroken ("well") and one was carved up in subtrochanteric area ("broken"). From experiments we have obtained diagrams of dependency of loading on deflection. Then finite element model of bone with intramedullary nail length 320 *mm* solved by mechanical contacts was created. From this model we found values of stress. Then was created another finite element model, but instead of bone and rigid supports, elastic support was applied on the outer surface of nail. After comparison result of bend test and finite element model solved by mechanical contacts, there was found value of foundation stiffness approximately  $0.52 \frac{N}{mm^3}$ . So evidently this model of intramedullary nail with elastic support can be used for relatively accurate stress-deformation analysis.

Keywords: femur, biomechanics, intramedullary nail, elastic support, osteosynthesis, artificial bones, mechanical contacts, bone fractures.

# Obsah

Seznam použitých značek a symbolů .....	10
Slovník cizích pojmů a zkratk.....	12
Úvod .....	16
1 Anatomie kostí .....	17
1.1 Stavba dlouhých kostí.....	17
1.2 Stavba stehenní kosti .....	20
1.3 Mechanické vlastnosti kostní tkáně.....	21
2 Osteosyntéza pomocí nitrodřeňového femorálního hřebu .....	23
2.1 Zlomeniny femuru .....	24
2.1.1 Klasifikace zlomenin dle <i>AO</i> .....	25
2.2 Operační technika hřebu femorálního laterálního .....	26
2.2.1 Operační postup .....	27
3 Konstrukce a nosníky na pružném podkladě .....	29
3.1 Modely podloží.....	30
3.1.1 Winklerův model podloží .....	30
3.2 Sestavení diferenciálních rovnic přímých nosníků uložených na pružném podkladu a namáhaných rovinným ohybem.....	32
3.3 Řešení diferenciálních rovnic přímých nosníků uložených na pružném podkladu a namáhaných rovinným ohybem.....	33
4 Pevnostní analýzy implantátů a kostí ve světě a u nás.....	36
5 Biomechanické materiály ke zkoušení.....	39
6 Tříbodový ohyb umělých kostí s nitrodřeňovým hřebem .....	43

6.1	Popis zkoušky .....	43
6.2	Zkušební stroj – Měřicí systém Testometric M500 – 50CT.....	44
6.3	Průběh zkoušky .....	46
6.3.1	Ohyb „zdravé“ kosti .....	46
6.3.2	Ohyb „zlomené“ kosti.....	48
6.4	Vyhodnocení a srovnání výsledků.....	50
7	Konečno-prvkový model femorálního hřebu „zdravé“ kosti řešený mechanickými kontakty .....	51
7.1	Geometrie .....	51
7.2	Vlastnosti použitých materiálů .....	53
7.3	Diskretizace .....	54
7.4	Okrajové podmínky .....	57
7.4.1	Zatěžující síla.....	57
7.4.2	Posuvná vazba .....	57
7.4.3	Kontakty .....	58
7.5	Výsledky analýzy .....	59
7.5.1	Redukované napětí von Mises .....	60
7.5.2	Minimální a maximální hlavní napětí.....	63
7.5.3	Přemístění .....	64
8	Konečno-prvkový model femorálního hřebu „zdravé“ kosti řešený pružným podložím .....	66
8.1	Geometrie .....	66
8.2	Vlastnosti použitých materiálů .....	67



8.3	Diskretizace .....	68
8.4	Okrajové podmínky .....	68
8.4.1	Proměnlivé spojité zatížení.....	68
8.4.2	Pružné podloží .....	71
8.5	Výsledky výpočtů .....	72
8.5.1	Výsledek analýzy pro zatěžující sílu 2005 N .....	73
9	Zhodnocení a porovnání všech výpočtů.....	76
10	Závěr .....	78
	Poznatky pro další rozvoj .....	80
	Seznam použité literatury .....	83
	Seznam obrázků.....	88

## Seznam použitých značek a symbolů

$A_{1,2,3,4}$	Integrační konstanty	$[m]$
$B_{1,2,3,4}$	Integrační konstanty	$[m]$
$E$	Modul pružnosti v tahu materiálu nosníku	$[MPa]$
$F$	Zatěžující síla	$[N]$
$G$	Modul pružnosti ve smyku	$[MPa]$
$J_{zT}$	Kvadratický moment průřezu nosníku	$[m^4]$
$K$	Modul stlačitelnosti podloží	$\left[\frac{N}{m^3}\right]$
$L$	Délka nosníku	$[m]$
$M_o$	Ohybový moment	$[N \cdot m]$
$N$	Normálová síla	$[N]$
$S$	Plocha průřezu nosníku	$[m^2]$
$S_k$	Obsah plochy, která je v kontaktu s pružným podložím	$[m^2]$
$T$	Posouvající síla	$[N]$
$a$	Koeficient kvadratické funkce	$\left[\frac{N}{mm^4}\right]$
$a_k$	Hloubka neaktivní zóny podloží	$[m]$
$b$	Koeficient kvadratické funkce	$\left[\frac{N}{mm^3}\right]$
$b_k$	Šířka nosníku, která je v interakci s podložím	$[m]$
$c$	Koeficient kvadratické funkce	$[MPa]$
$c_2$	Konstanta, související s vlivem příčných sil v podloží	$[N]$
$e$	Eulerovo číslo	$[1]$
$f$	Síla na délku	$\left[\frac{N}{mm}\right]$
$h$	Výška průřezu nosníku	$[m]$
$k$	Koeficient stlačitelnosti podloží	$\left[\frac{N}{m^2}\right]$
$k_{0D}$	Tuhost 0D elementu	$\left[\frac{N}{mm}\right]$
$k_{zdravá}$	Ohybová tuhost “zdravé“ kosti	$\left[\frac{N}{mm}\right]$
$k_{zlomená}$	Ohybová tuhost “zlomené“ kosti	$\left[\frac{N}{mm}\right]$

$l$	Šířka hrany plochy pro aplikaci proměnlivého tlaku	$[mm]$
$m$	Intenzita momentu (spojitě rozložený moment)	$[N]$
$n$	Počet uzlů	$[1]$
$q$	Spojité zatížení	$\left[\frac{N}{m}\right]$
$q_R$	Spojitá reakce podloží	$\left[\frac{N}{m}\right]$
$q(x)$	Parabolicky rozložené spojité zatížení	$[MPa]$
$r$	Poloměr křivosti průhybové čáry nosníku	$[m]$
$t_{1,2}$	Teploty v horních/dolních vláknech nosníku	$[K, ^\circ C]$
$v$	Průhyb	$[m]$
$v^+$	Vždy kladný průhyb	$[m]$
$x$	Proměnná vzdálenost funkce paraboly	$[mm]$
$x$	Souřadnice délky nosníku	$[m]$
$x_{1,2}$	Průsečík s osou vzdálenosti funkce paraboly	$[mm]$
$\alpha_t$	Součinitel teplotní roztažnosti	$[K^{-1}]$
$\beta$	Součinitel rozložení smykového napětí po průřezu nosníku	$[1]$
$\omega$	Parametr vlnové délky nosníku	$[m^{-1}]$

# Slovník cizích pojmů a zkratk

Uvedená slova se vyskytují v textu psané *kurzívou*.

abdukce	– pohyb směrem od osy těla
abstraktní	– odhlížející od konkrétních skutečností
anizotropie	– závislost fyzikálních vlastností na směru, ve kterém se měří
anterográdní	– směřující vpřed, v případě zavádění hřebu se myslí zavádění přes proximální konec
AO	– Arbeitsgemeinschaft für Osteosynthesefragen, tj. Pracovní spolek pro otázky osteosyntézy
aproximace	– přiblížení, odhad
austenit	– tuhý roztok uhlíku v železe gama
axiální	– osový
biokompatibilita	– snášenlivost materiálů v biologickém prostředí
biomechanika	– studium sil a jejich účinku na živé systémy
CAD	– computer-aided design, počítačem podporované projektování
calcaneal nail	– hřeb patní kosti
caput femoris	– hlavička stehenní kosti
cavitas medullaris	– dřevná dutina
clavicula	– klíční kost
collum femoris	– krček stehenní kosti
corpus femoris	– tělo stehenní kosti
costae	– žebra
CT	– Computed Tomography, tj. vyšetřovací metoda, která pomocí rentgenového záření umožňuje zobrazení vnitřních orgánů a tkání ve 3D projekci
diafýza	– střední úsek kosti
dimenzování	– určovat vhodné rozměry
drén	– pomůcka k odvádění tekutin

endosteum	– vnitřní okostice obklopující dřevnou dutinu
epifýza	– kloubní konec kosti
epoxid	– organická sloučenina s tříčlenným cyklem tvořeným jedním atomem kyslíku a dvěma atomy uhlíku
femorální	– stehenní
femoris	– kost stehenní
femur	– kost stehenní
fibrilární	– vláknité
fibula	– kost lýtková
fraktura	– zlomenina
fýza	– růstová chrupavka
homeostáza	– udržování určitého vnitřního stavu u živých organismů, například tělesné teploty
humerus	– kost pažní
hypoalergenní	– nejsou na daný materiál prakticky žádné alergické reakce
implantát	– přirozený nebo umělý orgán či tkáň, vložený do těla živočicha nebo člověka
incize	– naříznutí, chirurgické otevření kůže
indikovat	– určit léčebný postup či zákrok, předepsat, doporučit
inertní	– netečný, nereaktivní
interakce	– vzájemné působení
intramedulární	– uvnitř kostní dřevě, nitrodřevový
izotropní	– nezávislost fyzikálních vlastností na směru, ve kterém jsou měřeny
kadavér	– mrtvé tělo
kanylovaný	– v ose má podélný otvor
K-drát, Kirschnerův drát	– ocelový drát používaný pro spojování úlomků zlomené kosti nebo pro zajištění zlomené končetiny
kolodiafyzární úhel	– úhel, který svírají osy diafýzy a krčku femuru, přibližně 130°
kompakt	– plášťová vrstva kostí, kostní kůra
kondyl	– kloubní hrbol

konvergovat	– sbíhat/přibližovat se ke konkrétnímu číselnému výsledku
kortikalis	– plášťová vrstva kostí, kostní kůra
lakuna	– štěrbina, dutinka
lamelární	– vrstevnatý
laminovaný	– vrstvený, lepený
laterální	– postranní, zevní, bočný, mimo střed
maleolární	– kotníkový
mediální	– do středu
metafýza	– úsek dlouhé kosti na přechodu její okrajové části a dlouhé střední části, úsek na přechodu mezi epifýzou a diafýzou
MKP	– metoda konečných prvků
nitrodřeňový	– uvnitř kostní dřeně
ortopedie	– chirurgický obor zabývající se léčbou pohybového aparátu
os	– kost
osifikace	– přeměna chrupavky či vaziva na kost
osteoblast	– aktivní kostní buňka tvořící základní kostní hmotu
osteón	– komplex soustředně orientovaných lamel okolo centrálního kanálku tvořící kompak
osteoporóza	– onemocnění charakterizované úbytkem kostní hmoty (řídnutí kostí)
osteosyntéza	– operativní léčebná metoda, při které se zlomené kosti nějakým způsobem fixují, což umožňuje i určité jejich namáhání při rehabilitaci
periost	– vazivová blána pokrývající povrch kosti mimo klouby
polyuretan	– plast z izokyanátů a diolů používaný na výrobu vláken, lepidel, laků
poměrná deformace	– poměr mezi prodloužením a počátečním rozměrem
proximální	– bližší ke středu nebo počátku
radius	– kost vřetenní, kost předloktí na palcové straně
remodelace	– opětovná modelace, tvarování kosti, jako následek na různou míru zatížení
reparace	– oprava
reponovat	– napravit, vrátit do původní polohy

retrográdní	– směřující zpět, v případě zavádění hřebu se myslí zavádění přes distální konec
RTG	– rentgen, přístroj na prozařování hmoty rentgenovým zářením
simulace	– napodobování dějů a procesů
skelet	– kostra
spongióza	– houbovitá část kosti
submodeling	– zjemnění sítě konečno-prvkového modelu v oblasti zájmu
subtrochanterický	– pod trochanterem (chocholíkem)
sutura	– sešití rány, steh
tibia	– kost holenní
trabekula	– trámec
traumatologie	– lékařský obor zabývající se obecně léčbou poranění
trochanter major	– velký chocholík
trochanter minor	– malý chocholík
ulna	– kost loketní, kost předloktí na malíčkové straně
viskoelastický	– chování materiálu ovlivňuje rychlost zatěžování
VŠB-TUO	– Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

[1] [2]

## Úvod

Zlomeniny stehenní kosti patří k závažným úrazům, které se nedají běžně řešit vnější fixací (sádra, dlaha). Dostatečně dobrou stabilizaci zlomené části kosti poskytují *nitrodřeňové femorální* hřeby, které slouží k vnitřní fixaci zlomené stehenní kosti. Pokud chceme vyšetřit deformačně-napět'ové stavy kosti s hřebem, musíme vytvořit odpovídající model, nebo provést experimenty. Získaná data poté mohou sloužit k optimalizaci konstrukce či geometrie, aby nově navržené *implantáty* byly pružnější, pevnější, lehčí, levnější, *biokompatibilnější* atd.

V dnešní době nejrozšířenější metoda na tvorbu *abstraktního* modelu je *MKP* – Metoda konečných prvků. Jedná se o numerickou metodu sloužící k *simulaci* průběhů napětí, deformací, vlastních frekvencí, proudění tepla, jevů elektromagnetismu, proudění tekutin atd. Její princip spočívá v diskretizaci spojitého kontinua do určitého (konečného) počtu prvků, přičemž zjišť'ované parametry jsou určovány v jednotlivých uzlech prvků. Je užívána především pro kontrolu již navržených zařízení nebo pro stanovení kritického místa konstrukce. [3]

V některých případech při vytváření modelu, kdy nás deformačně-napět'ové stavy uvnitř kosti nezajímají, ale zajímá nás pouze implantát, by bylo užitečné nalézt zjednodušenou náhradu kosti. K tomuto účelu by mohlo sloužit pružné podloží, které neuvažuje absolutní tuhost podkladu, ale předepisuje mu určitou hodnotu. Taková analýza sice nebude tak přesná jako řešení mechanickými kontakty, ale zabere podstatně méně práce a času. Což je užitečné, budeme-li chtít provést velké množství výpočtů s jinými okrajovými podmínkami.



# 1 Anatomie kostí

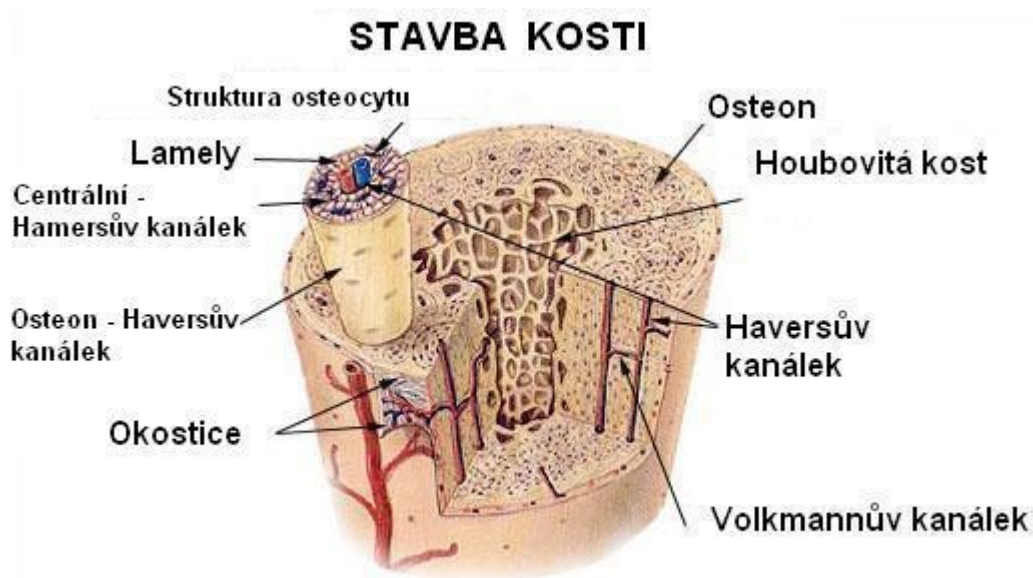
Kostra člověka představuje kolem 14 % celkové tělesné hmotnosti, tvoří ji cca 220 kostí. [4] Základním stavebním prvkem *skeletu* je kost (*os*). Ta obsahuje kostní buňky, bílkoviny (zejména kolagen), vápník, fosfor atd. Díky tomuto složení je kost nejen tvrdá, ale i pružná. [5] Kosti plní v těle několik funkcí. Nejdůležitější je oporná funkce, pevný základ, na který se upínají svaly. Tento nejdokonalejší způsob se vyvinul právě u obratlovců jako vnitřní základna, která neomezuje rozsah pohybu ani růst organismu jako například vnější skelet u řady bezobratlých. Kosti dále plní funkci ochrannou životně důležitých orgánů (mozek, mícha...), funkci pák a udržení *homeostázy* organismu. V jejich středu probíhá krvetvorba a také do určité míry se zde ukládá tuk.

Kosti rozdělujeme podle tvaru, stavby, cévního zásobení, růstu a *biomechanických* vlastností na dlouhé, krátké, ploché, nepravidelného tvaru a tvaru semene seznamu. Kostní tkáň se rozdělují na *lamelární* a *fibrilární*. [6] Kostní tkáň je po zubu netvrdší tkáň těla. [5]

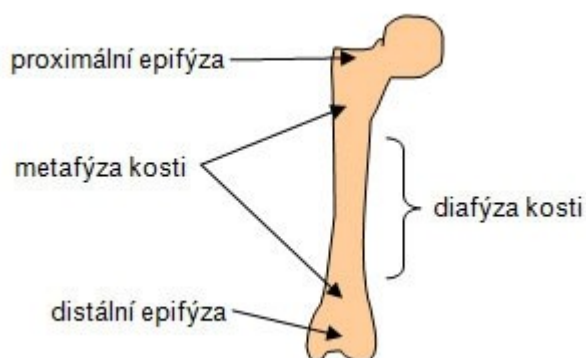
## 1.1 Stavba dlouhých kostí

K dlouhým kostem patří *femur, tibia, fibula, humerus, radius, ulna, clavicula* a *costae*. Kosti se skládají z pláštěvé vrstvy – *kompaktu* neboli *kortikalis*, který se podílí z 80 % na složení lidské kostry a dává ji hlavně její mechanické vlastnosti. Dále houbovitě části – *spongiózy* (zbylých 20 %), která se podílí na jejím růstu a *reparaci*. Povrch kosti tvoří okostice – *periost*, viz obr. 1.1.

Dlouhou kost lze rozdělit na jednotlivé úseky. ***Diafýza*** je střední úsek kosti. Uvnitř je dutina (*cavitas medullaris*) vyplněna kostní dřevinou, kterou obklopuje kompaktní. ***Epifýza*** je kloubní konec kosti. Je vyplněna spongiózou, obklopenou slupkou kompaktní. Velké kosti mají dvě epifýzy, malé kosti jednu. ***Metafýza*** je úsek na přechodu mezi diafýzou a epifýzou. Když kost roste, jsou diafýza a epifýza odděleny *fýzou* (růstovou chrupavkou). V pubertě se tato chrupavka přeměňuje na kost – *osifikuje*, viz obr. 1.2. [7]



Obrázek 1.1 – Kompaktní a houbovitá část kosti [8]



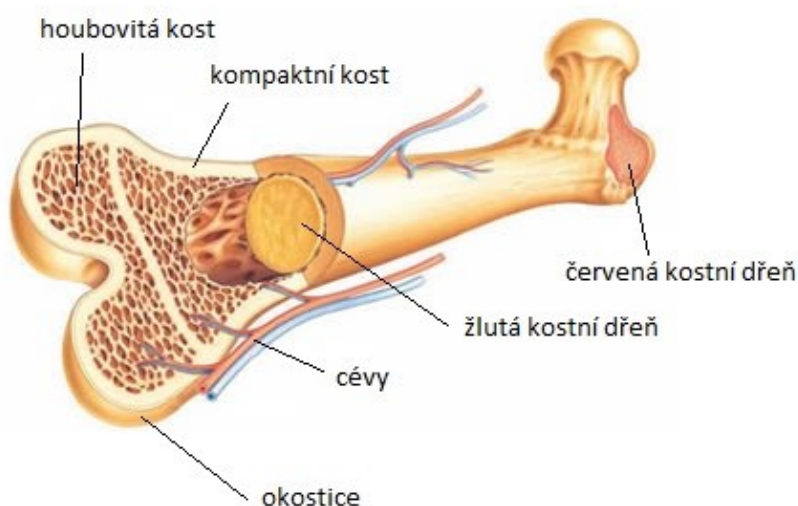
Obrázek 1.2 – Rozdělení kosti na jednotlivé segmenty [9]

**Kompakta** je složena z malých komplexů soustředně orientovaných lamel okolo centrálního kanálku. Jednomu takovému komplexu se říká Haverský systém neboli *Osteón*. Osteón je základní stavební jednotkou kompakty a základní jednotkou podílející se na látkové výměně. Jejich počet a struktura se neustále mění, čímž probíhá přestavba kosti, ať už přirozeným vývojem (stárnutím, degenerací...) nebo jako zacelováním *fraktury*. Osteón je tvořen 4–20 koncentrickými lamelami. Průměr osteónu je okolo 0,2 mm a je rovnoběžný s osou kosti. V osteónech se běžně vyskytuje kombinace lamel s různou prostorovou orientací vláken i s různým stupněm mineralizace, z čehož vyplývají mechanické vlastnosti kosti. [7]

**Kostní spongióza** je mezi kompaktní a kostní dřeví. Je složená z trámčů (*trabekul*) a plotének, které tvoří prostorové struktury – kostní architektury. Tvar těchto struktur je výsledkem různých mechanických sil, které působí na kost. Stavba plotének a trabekul je prakticky stejná jako stavba lamel osteonů. Změnou tlaku v *lakunách* a kanálcích, která je vyvozena změnami zatížení kosti, je řízena kostní přestavba a *remodelace*. Například při kostní zlomenině se trabekuly přestaví a vznikne upravená architektura, již typická pro nové zatížení. [7]

**Periost** neboli okostice je cca 2 mm tlustá vazivová blána, která obaluje kost. Skládá se ze tří vrstev. Vnitřní vrstva obsahuje kostitvorné buňky – *osteoblasty*. Tato vrstva se uplatňuje při růstu kosti do šířky, její remodelaci a hojení. Střední vrstva je složena převážně z kolagenních a elastických vláken. Vnější vrstva je tvořena řídkým vazivem. Okostice je také významným zdrojem cévního zásobení kosti. Dřeňovou dutinu kosti vystýlá vnitřní okostice – *endosteum*, která má obdobnou stavbu, ale je tenčí. [7]

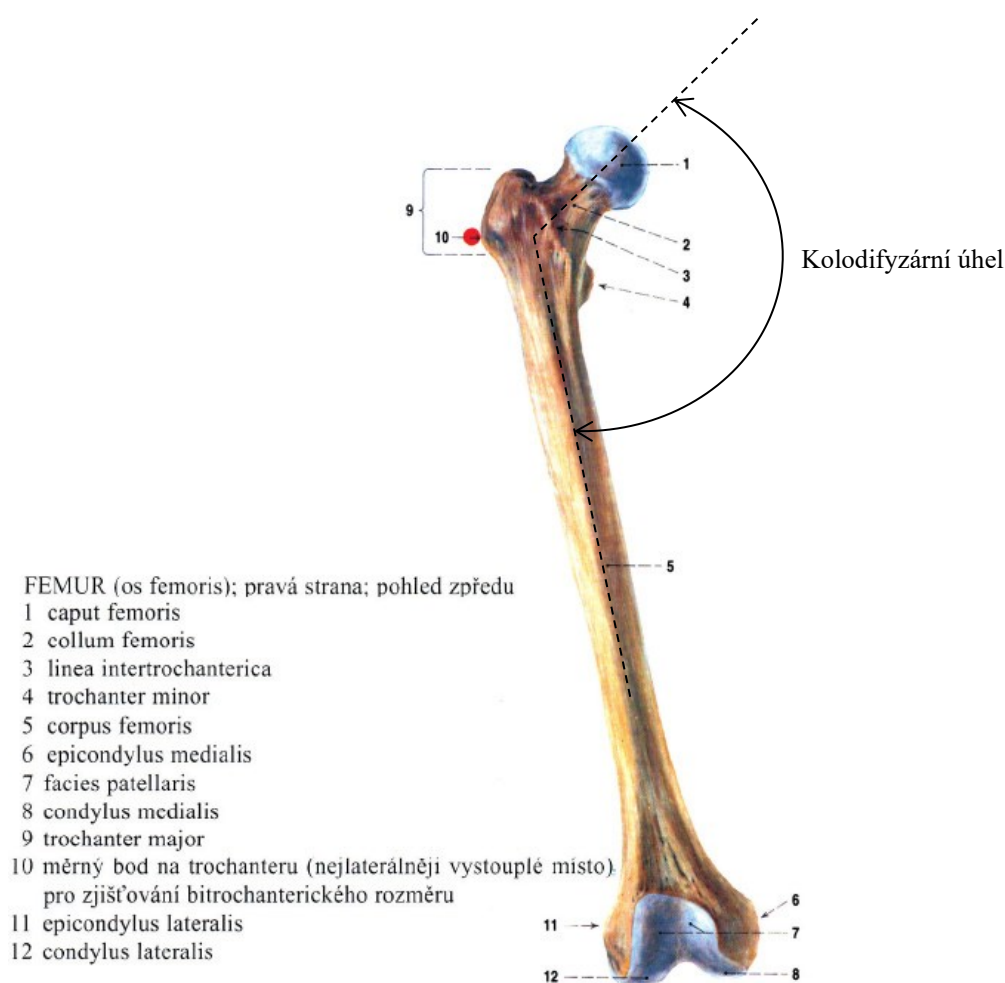
**Kostní dřeví** tvoří rosolovitá měkká tkáň. Vyplňuje dutiny diafýz, prostory spongiózy a širší Harvesovy kanálky. Červená kostní dřeví produkuje všechny typy krevních elementů. Žlutá kostní dřeví je zdroj chemické energie vázané v tukových buňkách. Ve vysokém věku je nahrazována šedou dřeví, ve kterou se změní po ztrátě tukových buněk. [7]



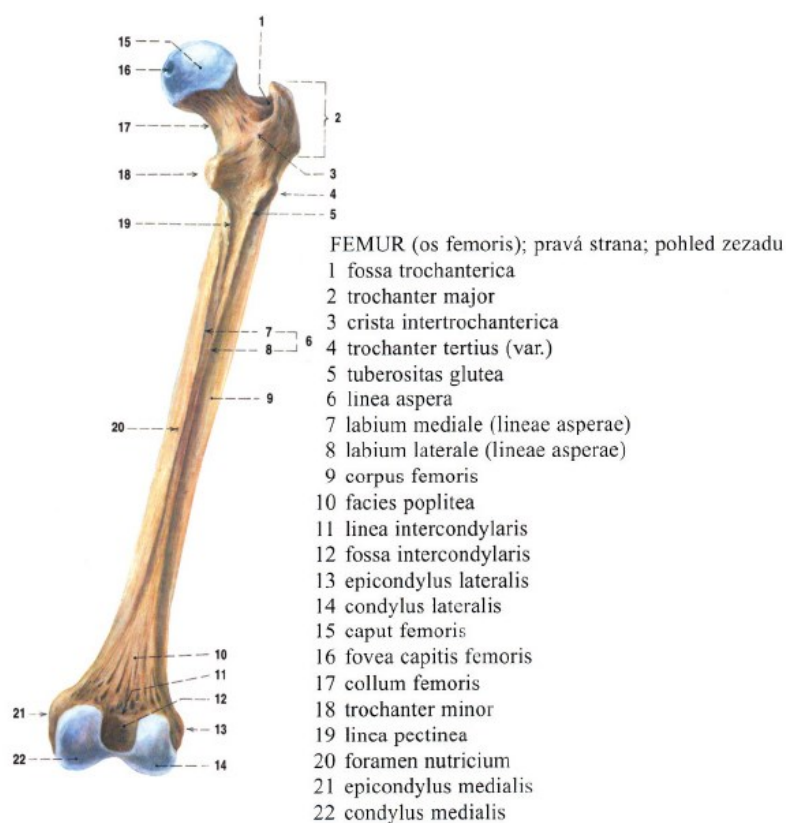
Obrázek 1.3 – Stavba kosti [10] (převzato a upraveno)

## 1.2 Stavba stehenní kosti

Stehenní kost (femur, *femuris*) je největší a nejdelší kost lidského těla. Na *proximálním* konci je hlavice – *caput femoris*, která má tvar koule a zapadá do kyčelního kloubu. Kost pokračuje krčkem – *collum femoris*. Osa krčku svírá s osou těla femuru úhel přibližně  $130^\circ$ . Tomuto úhlu se říká *kolodifyzární* a v průběhu života se zmenšuje. *Laterálně* pak vybíhá velký chocholík – *trochanter major* a *mediálně* malý chocholík – *trochanter minor*. Dále je tělo – *corpus femoris*. *Distální* konec vybíhá ve dva kloubní hrboly – *kondyly*, které se podílí na stavbě kolenního kloubu. [11] Podrobnější popis femuru viz obr. 1.4 a 1.5.



Obrázek 1.4 – Femur – pohled zepředu [12] (převzato a upraveno)



Obrázek 1.5 – Femur – pohled zezadu [12]

### 1.3 Mechanické vlastnosti kostní tkáně

Kost je *anizotropní* materiál. To znamená, že má v různých směrech jiné mechanické vlastnosti. Pevnost kompakty v tahu dlouhých kostí je 100–200 MPa, což je srovnatelné s mosazí nebo litinou. V tlaku je ovšem pevnost ještě větší. Diafýza snáší velké statické zatížení působící ve směru její osy. Femur „unese“ kolem 760 kg. Při zatížení v kolmém směru (ve smyku) je pevnost asi poloviční, okolo 50 MPa. [13]

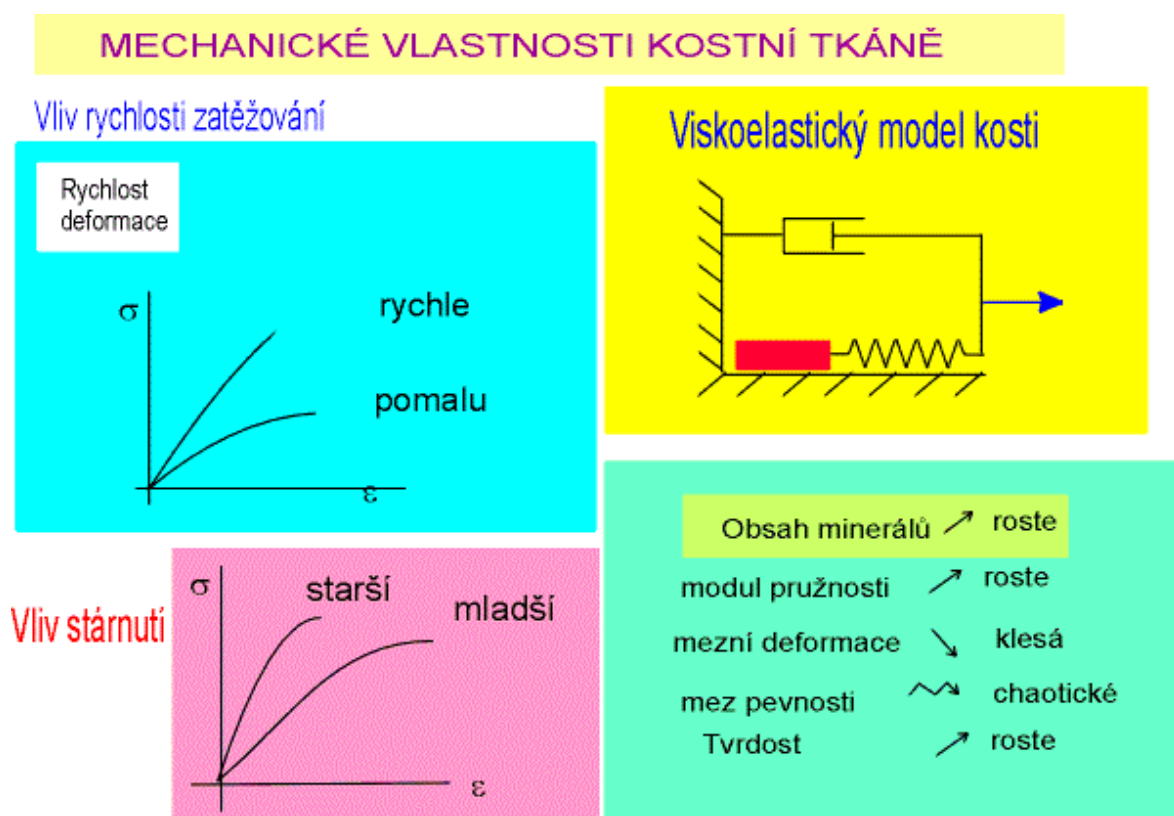
Tabulka 1.1 – Průměrné mechanické vlastnosti kosti [13]

<b>Modul pružnosti v tahu <math>E</math> [MPa]</b>	13 000
<b>Poissonovo číslo <math>\mu</math> [1]</b>	0,3
<b>Hustota <math>\rho</math> <math>\left[\frac{kg}{m^3}\right]</math></b>	1 700–2 000 [14]

Tabulka 1.2 – Střední hodnoty pro femur pro 20–39 let [15]

Mez pevnosti v tahu [MPa]	Modul pružnosti [MPa]	Poissonovo číslo [1]	Hustota $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
124	17 600	0,3	1 700

Kost je také *viskoelastický* materiál. To znamená, že závislost napětí na *poměrné deformaci* ovlivňuje rychlost zatěžování, viz obr. 1.6. V podstatě: kost je tužší a chová se pevněji, čím rychleji je zatěžována. Chová se ale více křehce (stoupá mez pevnosti, elastický modul, a naopak klesá maximální dovolená deformace a absorbuje se větší množství energie). [16]



Obrázek 1.6 – Vliv rychlosti zatěžování, stárnutí a obsahu minerálů na mechanické vlastnosti kosti [13]

Mechanické vlastnosti závisí ovšem také i na věku, zdraví, nemoci (osteoporóza), obsahu minerálů atd... [13]

## 2 Osteosyntéza pomocí nitrodřeňového femorálního hřebu

Nitrodřeňový hřeb umožňuje uzavřenou *osteosyntézu* těla femuru nebo jeho distální či proximální části. Hřeb bývá zajištěn distálně i proximálně většinou 2 šrouby na každé straně. Hřeby jsou vyrobeny v provedení levý/pravý nebo jako univerzální. Všechny hřeby jsou anatomicky tvarované. Většinou jsou v proximální části opatřeny různými páry otvorů pro šrouby, které míří do kosti pod různými úhly a v různých vzdálenostech. Jeden pár se poté použije podle způsobu jištění viz obr. 2.7. Hřeby jsou určeny pouze na jedno použití, opakované použití je zakázané. Nikdy nesmí dojít ke kombinaci implantátů, šroubů a zátek z různých kovových materiálů. [17]



Obrázek 2.1 – Rekonstrukční hřeb firmy Medin, a.s. [18]

Použitý materiál hřebu a šroubů musí být biokompatibilní. Velmi vhodný je titan a jeho slitiny nebo různé nerezové oceli. Titan je *inertní*, nekoroduje ve vzduchu ani ve vodě, má nízkou tepelnou vodivost. Zároveň je velmi plastický a jeho pevnost v tahu dosahuje 220–260 MPa. Ocel je sice pevnější, ale pevnost titanu se dá zvýšit i jen malým množstvím přidaných kovů. Hřeby se tedy vyrábí převážně z titanu a jeho slitin. [19]

Tabulka 2.1 – Materiály femorálních hřebů a šroubů [20] [17] [21]

Titan
Ti6AL4V ELI ISO 5832–3
Nerezová ocel 316L
Nerezová ocel 316LVM

Jde o to, aby hřeb měl co nejmenší hmotnost a zároveň požadovanou pevnost a pružnost. Při zachování stejného obsahu průřezu hřebu (a tím i hmotnosti) má větší ohybový modul mezikruží než plný kruh. Hřeby jsou proto většinou duté kruhového průřezu. Titan má také oproti oceli nižší hustotu –  $4\,540 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Ocel –  $7\,400\text{--}8\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Ocel je navíc oproti titanu dvakrát tužší. Modul pružnosti titanu je kolem  $100 \text{ GPa}$ , ocel má kolem  $200 \text{ GPa}$ . [14]

Hřeby vyrábí například indická společnost Sharma Orthopedic, americká DePuy Synthes, Zimmer Biomet, Stryker, Biotek atd... Z českých firem například MEDIN, a.s.



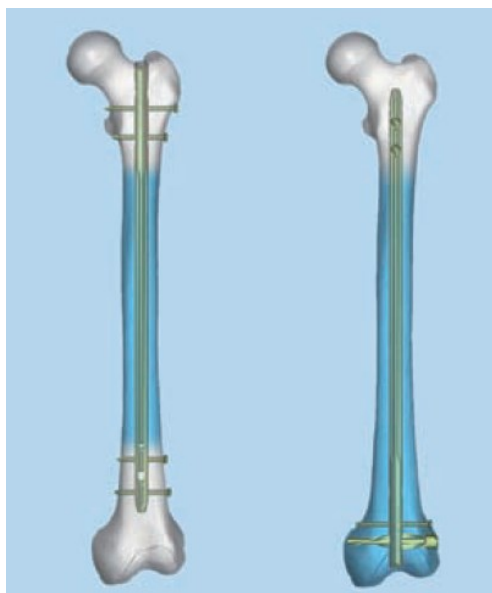
Obrázek 2.2 Osteosyntéza femorálním hřebem firmy DePuy [22]

## 2.1 Zlomeniny femuru

Zlomeniny femuru patří k velmi vážným úrazům. U mladších jedinců je to většinou způsobeno autonehodou, pádem z výšky, sportem apod. U starších osob zlomeniny proximální části představují i ohrožení na životě. Navíc u starších osob ke zlomeninám dochází i při poměrně malém zatížení. [23] Vliv má hlavně cyklické namáhání a fakt, že s přibývajícím věkem se zvětšuje dřevná dutina a mizí kompak. Zlomeniny proximálního femuru a diafýzy patří k docela častým úrazům. Používá se u nich nejčastěji *anterográdní* nitrodřevový hřeb různé délky, nejlépe nepředvrtaný. [24]

Oproti tomu zlomeniny distálního femuru jsou relativně vzácné. [25] Rozhodujícím faktorem, kdy použít *anterográdní* a kdy *retrográdní* je výše lomné linie nad stropem interkondylické fossy (obr. 1.5 pozice č. 12). [26]





Obrázek 2.3 – Anterográdní a retrográdní přístup [27]

### 2.1.1 Klasifikace zlomenin dle AO

První číslo vyjadřuje postiženou kost

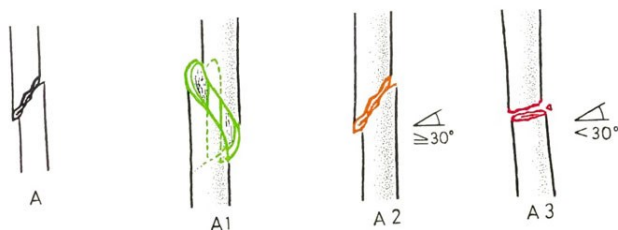
1 – Humerus 2 – Radius nebo Ulna 3 – Femur 4 – Tibie  
5 – Páteř 6 – Pánev 7 – Ruka 8 – Noha 9 – Hlava

Druhé číslo určuje segment

1 – Proximální 2 – Diafyzární 3 – Distální 4 – Maleolární

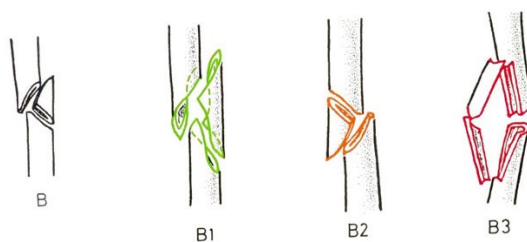
Třetí a čtvrtý údaj – charakter lomné linie

A – jednoduchá (1 – spirální, 2 – šikmá, 3 – příčná) [25]



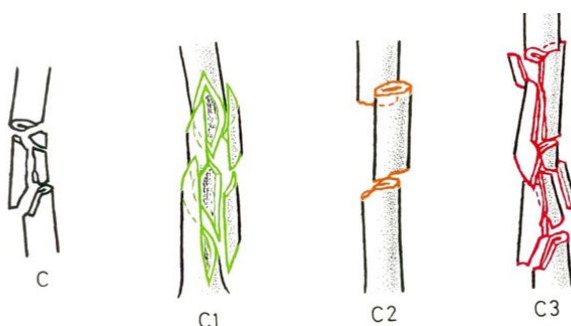
Obrázek 2.4 – Zlomeniny typu A [28]

B – klínovitá (1 – spirální klín, 2 – ohybový klín, 3 – rozlomený klín)



Obrázek 2.5 – Zlomeniny typu B [28]

C – komplexní (1 – spirální, 2 – etážová, 3 – hrubě tříštivá)

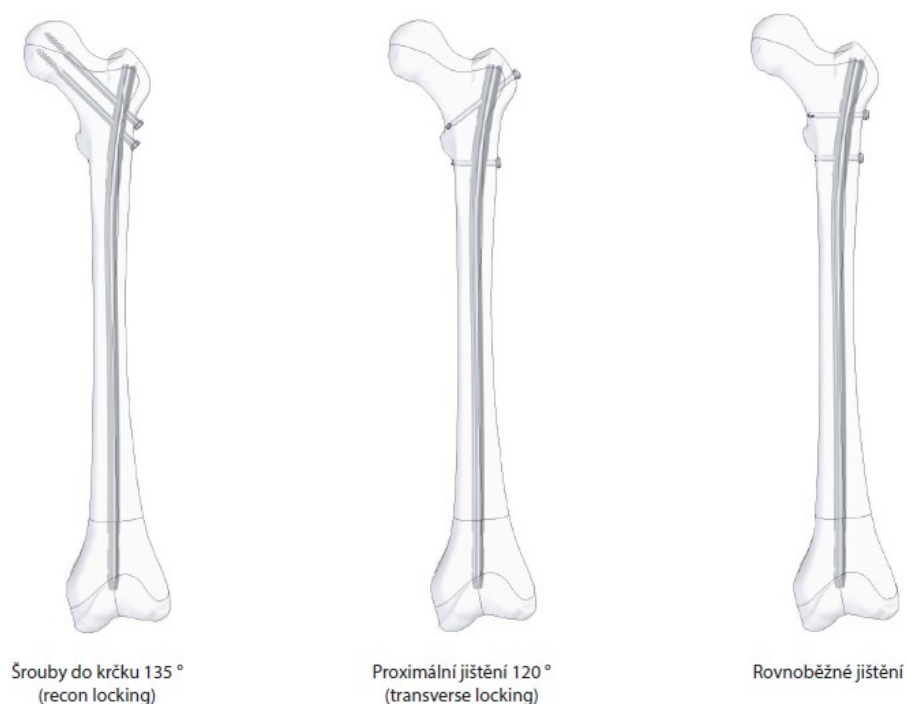


Obrázek 2.6 – Zlomeniny typu C [28]

## 2.2 Operační technika hřebu femorálního laterálního

Tento hřeb je *indikován* u zlomen diafýzy femuru typu 32–A, B a C dle AO klasifikace se standartním jištěním. U *subtrochanterických* zlomenin typu 32–A, B a C se zajištěním do krčku a hlavice femuru. A u kombinovaných zlomenin diafýzy femuru typu 32–A, B a C a krčku femuru typu 31–B se zajištěním do hlavice. [29]

V našem případě simulujeme dvojnásobnou jednoduchou šikmou zlomeninou diafýzy femuru – typ 32–A2 viz obr. 2.4, 6.1. Typ proximálního jištění je se šrouby do krčku 135°, viz obr. 2.7 vlevo.



Obrázek 2.7 – Možnosti proximálního jištění [29]

### 2.2.1 Operační postup

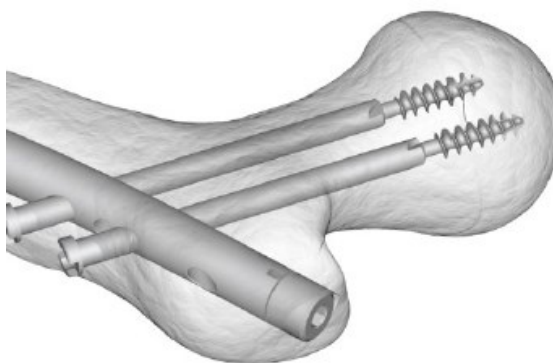
Pacient leží na zádech, zdravá končetina je pokrčená a vychýlená směrem od těla, aby nebránila RTG zesilovači. Poraněná končetina je natažená v lehké *abdukci*. Šetrným tahem a pomocí RTG se zlomenina co nejlépe *reponuje*. Poté se nahmatá hrot trochanter major (nebo pomocí RTG) a provede se *incize*. Následně se vyvrtá do kosti vstupní otvor, do kterého se zavede vodící drát a provede se jeho zavrtání. Na vodící drát se nasune středící pouzdro a na něj ochranné pouzdro. Odstraní se středící pouzdro a přes ochranné pouzdro se pomocí předvrtávací frézy zhotoví vstup do dutiny femuru o průměru 13,5 mm do hloubky 20 mm a následně pomocí flexibilní frézy se prohloubí na 100 mm. Dřeňová dutina se předvrtává v případě, že by byla příliš úzká. Předvrtává se od nejmenšího průměru frézy a postupně se průměr zvětšuje po 0,5 mm. Pomocí měřítka se určí průměr a délka hřebu.

Proximální zajištění pomocí šroubů zavedených do krčku a hlavičky femuru se provádí následovně. Sestaví se cílič – slouží k zavedení hřebu a ke správnému nasměrování šroubů do otvorů hřebu. Následuje zavedení hřebu lehkými rotačními pohyby nebo lehkými rázy závaží po vodící tyči. Pomocí dvou *K-drátů* zavedených v cíliči se nastaví RTG zařízení do *axiální* projekce. K-dráty musí být v zákrytu a

zároveň procházet osou krčku. Poté se zasunou obě ochranná pouzdra do cíliče. Zavede se distální vodící drát – jeho umístění se zkontroluje pomocí RTG v předozadní projekci a následně v axiální projekci. Stejným způsobem se zavede proximální drát. Pomocí měrky se odečte délka šroubu, kterou určuje zasunutí vodícího drátu a *kanylovanou* frézou se předvrtá přes krček otvor pro šroub. Přes ochranné pouzdro se zavede distální šroub (je samořezný). Obdobně se zavede i proximální šroub.

Distální jištění se provádí volně z ruky pomocí RTG. Lze provést staticky nebo dynamicky (použití oválného otvoru).

Nakonec se provede kontrola obou jištění pomocí RTG zesilovače, zkontroluje se dotažení všech šroubů a zda jsou ve správné poloze. Demontuje se cílič, odstraní se všechna pouzdra a na hřeb se nasadí zátka. Po výplachu se provede *sutura* všech ran a k místu zavedení hřebu do femuru se zavede *drén*. Rána se zakryje obvazem a provede se RTG dokumentace. [29]



Obrázek 2.8 – Proximální jištění do hlavice a krčku femuru [29]

Ve většině případů se implantáty ponechávají trvale. V případě nutnosti jejich vynětí se postupně odstraní šrouby z distální a proximální části hřebu, poté se našroubuje do distálního konce hřebu vytahovací tyč a hřeb se postupně vytluče. [29]

### 3 Konstrukce a nosníky na pružném podkladě

Nosníky na pružném podloží patří mezi staticky neurčité úlohy. To znamená, že nelze přímo určit reakce v podloží ze statických rovnic momentů a sil. Většinou se počítá s tím, že uložení je dokonale tuhé. To si můžeme dovolit, pokud tuhost podkladu je relativně velká s porovnáním tuhosti nosníku, což například u betonového a ocelového podloží lze v mnoha případech předpokládat. Ve skutečnosti se ovšem podklad i nosník deformuje.

V praxi se nosníky na pružném podkladě vyskytují při řešení kolejnic uložených na pražcích, ve stavebnictví, u vyztužování v dolech, řešení podzemních potrubních systémů, při sportu (např. lyže na sněhu). Také vodní hladinu lze chápat jako pružný podklad a některé postupy lze také použít pro řešení skořepin. V této práci je pružný podklad využit v biomechanice, kde se jím nahrazuje umělá kost, která *interaguje* s nosníkem (hřebem).

Abychom získali přesné řešení konstrukce na obecném typu podkladu, musíme vyřešit deformační a napěťové stavy jak v konstrukci, tak i v podloží. Avšak to je úloha značně složitá, v některých případech analyticky nemožná a dá se řešit jen pomocí numerických metod (např. pomocí MKP). U běžných příkladů z praxe je přesné řešení většinou zbytečné, a proto se postupuje tak, že se zavede vhodný model, a pomocí něj se pak získá analytické řešení.

V současnosti není problém řešit nosníky na pružném podkladu také pomocí různých MKP softwarů např. ANSYS, MSC.MARC/MENTAT a další. V této práci je použit k výpočtům program MSC Patran s řešičem NASTRAN a Ansys Workbench. Úlohy se řeší tak, že se podloží nahrazuje Winklerovým nebo Pasternakovým modelem, viz rovnice (3.1) a (3.5). Nebo jako úlohy mechanického kontaktu mezi podložím a součástmi. Tento postup je však náročnější, protože vede na soustavy nelineárních rovnic.

### 3.1 Modely podloží

#### 3.1.1 Winklerův model podloží

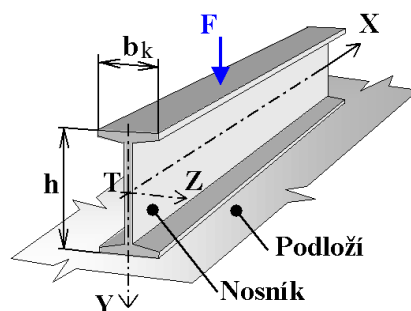
Winklerův model je nejstarší a nejjednodušší model. Plasticke deformace podloží se zanedbávají, spojitá reakce podloží  $q_R$  je přímo úměrná průhybu. Vlivem zatížení se rovný úsek  $dx$  zatlačuje do podloží a také ohýbá. To se projeví změnou poloměru křivosti  $r$ . Platí vztahy:

$$q_R = kv, \quad (3.1)$$

$q_R$  – spojitá reakce podloží  $\left[\frac{N}{m}\right]$ ,

$k$  – koeficient stlačitelnosti podloží  $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ ,

$v$  – průhyb  $[m]$ ,

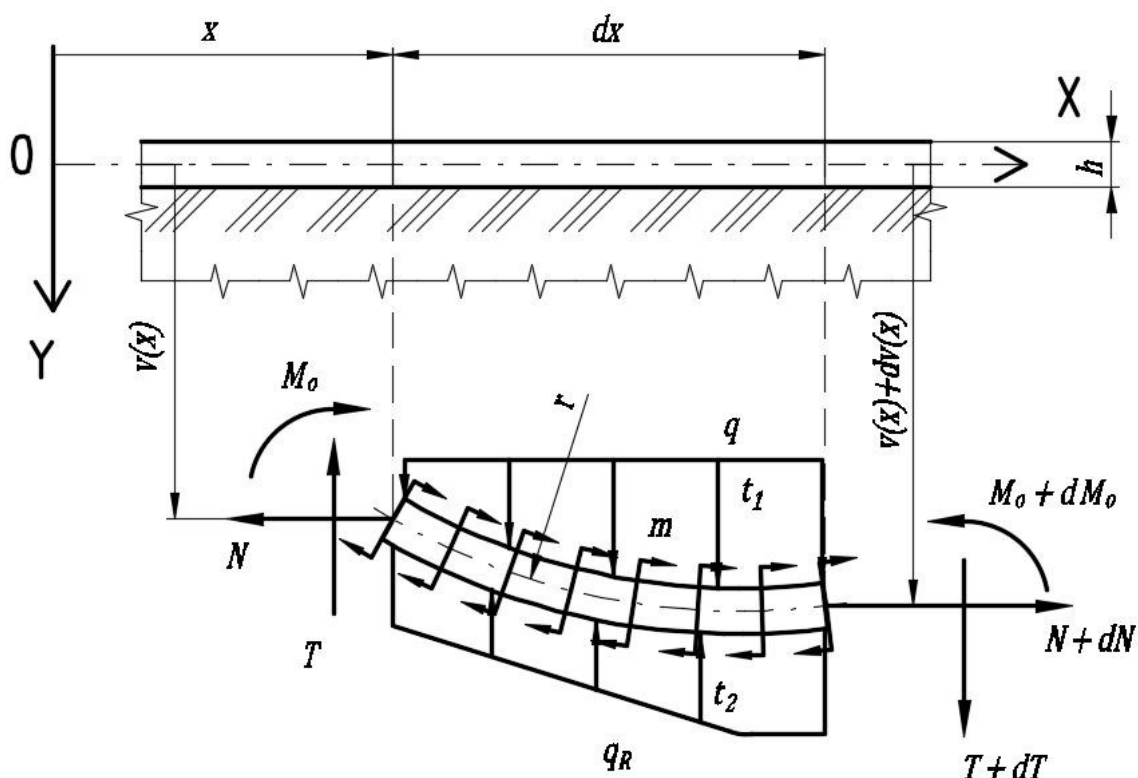


Obrázek 3.1 – Nosník uložený na pružném podkladu po celé šířce  $b_k$  [30]

$$k = Kb_k, \quad (3.2)$$

$K$  – modul stlačitelnosti podloží  $\left[\frac{N}{m^3}\right]$ ,

$b_k$  – šířka nosníku, která je v interakci s podložím  $[m]$ .



Obrázek 3.2 – Nezatížený a zatížený stav úseku délky  $dx$ , který je uložen na pružném podkladu

Modul stlačitelnosti  $K$  je základní materiálová konstanta podloží, která závisí nejen na kvalitě, úpravě a pružných vlastnostech nosníku a podloží, ale také na půdorysných rozměrech nosníku. Navíc například zkušenosti ze stavebnictví ukazují, že se tyto hodnoty mění i v průběhu roku. Velikosti modulu stlačitelnosti mohou mít značný rozptyl, proto mohou být někdy ve výsledcích zohledněny pravděpodobnostním způsobem. Stanovují se experimentálně.

Pokud existuje v podkladu vrstva s poruchami nebo také hloubka samočinného sesednutí podloží vlivem nezátížené polohy nosníku, lze Winklerův vztah upravit na

$$q_R = k(v - a_k), \quad (3.3)$$

$a_k$  – hloubka neaktivní zóny [m].

V případech, kdy se neuvažuje, že nosník a podloží k sobě pevně přilnou, a tedy ke stlačení podloží dojde pouze pokud je průhyb kladný, se základní Winklerův model upraví na

$$q_R = k \frac{v + |v|}{2} = kv^+. \quad (3.4)$$

Existují také další typy modelů, které však mají společný rys to, že obsahují člen  $kv$ . Účelem dalších členů je více přiblížit realitu. Například **Pasternakův model** podloží:

Model pro nosník na pružném podkladu bez poruch má tvar

$$q_R = kv - c_2 \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad (3.5)$$

$c_2$  – konstanta, charakteristika podkladu související s druhou derivací průhybu  $[N]$ .

Obecný model podloží je závislý samozřejmě na více veličinách, jeho řešení však není příliš jednoduché

$$q_R = f\left(x, v, \frac{dv}{dx}, \frac{d^2 v}{dx^2}, \dots\right). \quad (3.6)$$

### 3.2 Sestavení diferenciálních rovnic přímých nosníků uložených na pružném podkladu a namáhaných rovinným ohybem

Vztahy vyplývající z obr. 3.2 za předpokladu malých deformací a zanedbání nekonečně malých součinů:

$$N - (N + dN) = 0 \rightarrow dN = 0, \quad (3.7)$$

$$T + q_R dx - q dx - (T + dT) = 0 \rightarrow \text{první Schwedlerova věta } \frac{dT}{dx} = q_R - q. \quad (3.8)$$

Momentová rovnice rovnováhy k pravému konci úseku nosníku je

$$M_o + m dx + T dx - (M_o + dM_o) + q_R dx \frac{dx}{2} - q dx \frac{dx}{2} = 0 \rightarrow \quad (3.9)$$

$$\text{druhá Schwedlerova věta } \frac{dM_o}{dx} = T + m. \quad (3.10)$$

Úpravou, následným derivováním vztahu (3.10) a po dosazení (3.8) a (3.1) se získá

$$\frac{d^2 M_o}{dx^2} = \frac{dm}{dx} + kv - q. \quad (3.11)$$



$$\text{Křivost průhybové čáry je } \frac{1}{r} = \frac{d^2 v}{dx^2}. \quad (3.12)$$

Diferenciální rovnice průhybové čáry nosníku zatížení vyvolaného ohybovými momenty, normálovými silami, posouvajícími silami a teplotou

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{-M_o}{EJ_{ZT}} - \frac{\beta}{GS} \frac{dT}{dx} - \frac{\alpha_t(t_2 - t_1)}{h} + \dots. \quad (3.13)$$

**Posouvající síla** má velký význam většinou jen u krátkých nosníků, protože u delších nosníků je vzhledem k ohybovému momentu zanedbatelná. Jejím působením dojde ke zkosení příčných řezů. K největším změnám úhlu zkosení dojde na střednici, kde také vzniká největší smykové napětí.

Bereme-li v úvahu **normálovou sílu**, do rovnice rovnováhy momentů (3.10) se přidá člen  $-N \frac{dv}{dx}$ . Druhá Schwedlerova věta se rozšíří na

$$\frac{dM_o}{dx} = T + m - N \frac{dv}{dx}. \quad (3.14)$$

Diferenciální rovnice nosníku uloženého na obecném typu podkladu

$$\begin{aligned} \frac{d^4 v}{dx^4} - \frac{N}{EJ_{ZT}} \frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{\beta}{GS} \frac{d^2 q_R}{dx^2} + \frac{q_R}{EJ_{ZT}} = \\ = \frac{1}{EJ_{ZT}} \left( q - \frac{dm}{dx} \right) + \frac{\beta}{GS} \frac{d^2 q}{dx^2} - \frac{\alpha_t}{h} \frac{d^2(t_2 - t_1)}{dx^2} \end{aligned} \quad (3.15)$$

### 3.3 Řešení diferenciálních rovnic přímých nosníků uložených na pružném podkladu a namáhaných rovinným ohybem

Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku na pružném podkladu bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení vypadá takto:

Zavede se parametr vlnové délky nosníku  $\omega$  [ $m^{-1}$ ]

$$\omega = \sqrt[4]{\frac{k}{4EJ_{ZT}}}. \quad (3.16)$$

Potom pro řešení rovnice staticky zatíženého nosníku na Winklerově podkladu platí vztahy uvedené v tab. 3.1.

Tabulka 3.1 – Řešení rovnice staticky zatíženého nosníku a aplikační vztahy

<b>Homogenní rovnice</b> $EJ_{ZT} \frac{d^4 v}{dx^4} + kv = 0$	$\omega = \sqrt[4]{\frac{k}{4EJ_{ZT}}}$	$EJ_{ZT} = \frac{k}{4\omega^4}$
$v = e^{\omega x}(A_1 \cos \omega x + A_2 \sin \omega x) + e^{-\omega x}(A_3 \cos \omega x + A_4 \sin \omega x)$		
$\frac{dv}{dx} = \omega(e^{\omega x}[A_1(\cos \omega x - \sin \omega x) + A_2(\cos \omega x + \sin \omega x)] + e^{-\omega x}[A_4(\cos \omega x - \sin \omega x) + A_3(\cos \omega x + \sin \omega x)])$		$\frac{d^4 v}{dx^4} = -4\omega^4 v$
$\frac{d^2 v}{dx^2} = 2\omega^2(e^{\omega x}[A_2 \cos \omega x - A_1 \sin \omega x] + e^{-\omega x}[A_3 \sin \omega x - A_4 \cos \omega x])$		$M_o = -EJ_{ZT} \frac{d^2 v}{dx^2}$
$\frac{d^3 v}{dx^3} = 2\omega^3(e^{\omega x}[A_2(\cos \omega x - \sin \omega x) + A_1(\cos \omega x + \sin \omega x)] + e^{-\omega x}[A_3(\cos \omega x - \sin \omega x) + A_4(\cos \omega x + \sin \omega x)])$		$T = \frac{dM_o}{dx} = -EJ_{ZT} \frac{d^3 v}{dx^3}$
$A_{1,2,3,4}$ – Integrační konstanty		

Nebo lze řešení rovnice hledat s použitím hyperbolických funkcí, to se dělá ale většinou jen v případech, kdy je to výhodné.

$$v = (B_1 \cos \omega x + B_2 \sin \omega x) \cosh \omega x + (B_3 \cos \omega x + B_4 \sin \omega x) \sinh \omega x, \quad (3.17)$$

kde  $B_{1,2,3,4}$  jsou integrační konstanty.

V případě řešení této, ale nehomogenní rovnice, např. za působení konstantního spojitého zatížení  $(EJ_{ZT} \frac{d^4 v}{dx^4} + kv = q)$ , se do rovnice pro posunutí  $v$  přičte člen  $\frac{q}{k}$ , což je vlastně partikulární řešení nehomogenní rovnice. V rovnici  $\frac{d^4 v}{dx^4}$  se tento člen odečte.

Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku obecné délky uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil, oteplení a posouvajících sil, na který působí konstantní teplotní spád, konstantní spojitě zatížení a konstantní intenzita momentu viz tab. 3.2.

Tabulka 3.2 – Obecné řešení a aplikační vztahy pro nosník, na který působí obecné zatížení

<b>Nehomogenní rovnice</b> $EJ_{ZT} \frac{d^4 v}{dx^4} + \left( \frac{\beta k EJ_{ZT}}{GS} - N \right) \frac{d^2 v}{dx^2} + kv = q$				
$\bar{\omega}_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{N - \frac{\beta k EJ_{ZT}}{GS} \pm \sqrt{\left( \frac{\beta k EJ_{ZT}}{GS} - N \right)^2 - 4k EJ_{ZT}}}{2EJ_{ZT}}}$			$A_i$ – Integrační konstanty $i = 1, 2, 3, 4$	
			$N > 0$ pro tah $N < 0$ pro tlak	$t_2 - t_1 = a_{t0}$
$v = \sum_{i=1}^4 A_i e^{\bar{\omega}_i x} + \frac{q_0}{k}$	$\frac{dv}{dx} = \sum_{i=1}^4 A_i \bar{\omega}_i e^{\bar{\omega}_i x}$	$\frac{d^2 v}{dx^2} = \sum_{i=1}^4 A_i \bar{\omega}_i^2 e^{\bar{\omega}_i x}$	$\frac{d^3 v}{dx^3} = \sum_{i=1}^4 A_i \bar{\omega}_i^3 e^{\bar{\omega}_i x}$	$q = q_0$ $m = m_0$
$\frac{d^4 v}{dx^4} = \sum_{i=1}^4 A_i \bar{\omega}_i^4 e^{\bar{\omega}_i x}$	$M_o = -EJ_{ZT} \left( \frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{\alpha_t a_{t0}}{h} \right)$	$T = N \frac{dv}{dx} - EJ_{ZT} \frac{d^3 v}{dx^3} - m_0$	$\frac{dm}{dx} = 0$	$\frac{dq}{dx} = 0$

Nosníky se z hlediska jejich způsobů řešení, které závisí na jejich délce rozděluje na několik skupin. To přináší v některých případech značné zjednodušení. Jestliže je nosník dostatečně dlouhý, lze jej považovat za nekonečně dlouhý nebo polonekonečný.

Reálné nosníky však mají konečnou délku. Podle parametru  $\omega L$  se dělí do tří skupin:

- **Krátký**  $\omega L \in (0; 0,6)$  – nosník se uvažuje absolutně tuhý, vliv ohybu není příliš značný a průhyb je konstantní
- **Středně dlouhý**  $\omega L \in (0,6; 5)$  – obtížně se řeší, výsledky jsou však univerzální
- **Dlouhý**  $\omega L \in (5; \infty)$  – zatížení má zanedbatelný vliv na průhyb nebo natočení na konci nosníku

Nosníky, které jsou podloženy jen z části se řeší rozkladem na jednotlivé úseky a jejich jednotlivým řešením.

Ne každá diferenciální rovnice má analytické řešení, proto je nutné použít numerické metody pro hledání řešení. Nejprimitivnější způsob je použití matematických řad. Používají se mocninné řady nebo mocninné řady s využitím principu virtuálních posunutí, které patří mezi variační metody fyziky. [30]

## 4 Pevnostní analýzy implantátů a kostí ve světě a u nás

Například v roce 1998 na Bruselské univerzitě vyšetřovali pomocí metody konečných prvků napětí ve stehenní kosti s femorálním hřebem. Vyšetřovaly se zde různé typy zlomenin. Výsledky ukázaly, že použití hřebu u subtrochanterických zlomenin způsobují vyšší napětí ve šroubu proximálního jištění, zatímco u zlomenin krčku vzniká vyšší napětí u distálního jištění. [31]

O něco později vznikl článek od stejných autorů, kde se řešilo, zda je lepší použít jeden nebo dva šrouby u proximálního jištění femorálního hřebu. Opět se řešilo více typů zlomenin. Výsledky ukázaly, že pokud chceme dosáhnout rovnoměrného rozložení zatížení při použití dvou šroubů, jako dobrá konfigurace se zdá použití šroubu většího průměru nad šroubem menšího průměru. [32]

Dále například na jedné univerzitě na Taiwanu roku 2008 vznikla studie, kde se snažili porovnat různé variace tuhostí hřebu při léčbě distálních zlomenin femuru. Prováděly se zkoušky v krutu a tlaku. Na základě experimentů se vytvořily odpovídající konečno-prvkové modely, podle kterých se vyhodnotilo rozložení napětí okolo děr pro šrouby. Poté se zjistila možnost optimalizace zvýšením tuhosti šroubů. [33]

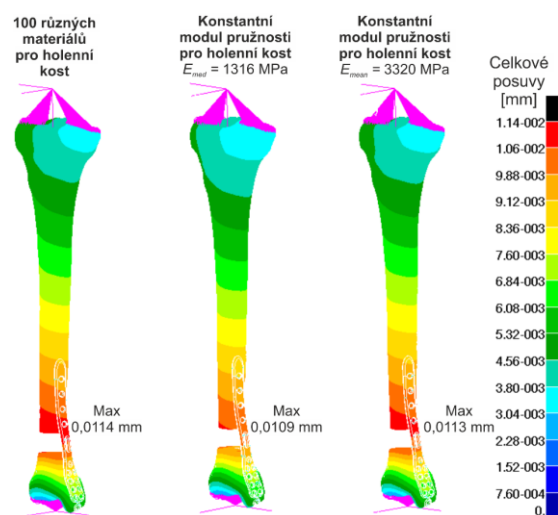
Na naší škole *VŠB-TUO* vznikla roku 2015 pevnostní analýza titanového hřebu patní kosti, která se zabývá různými typy zlomenin patní kosti, jejím zatěžováním a léčebnými metodami. Prezентuje analýzu kritických situací a limitní zatížení patní kosti. Výpočty byly prováděny pro 6 a 7 jisticích šroubů, kde byl použit MKP software Ansys Workbench 14. Výpočty zahrnovaly novou metodu, při které se aplikoval pružný podklad jako náhrada interakce mezi hřebem a patní kostí. [34]



Obrázek 4.1– Calcaneal nail [35]

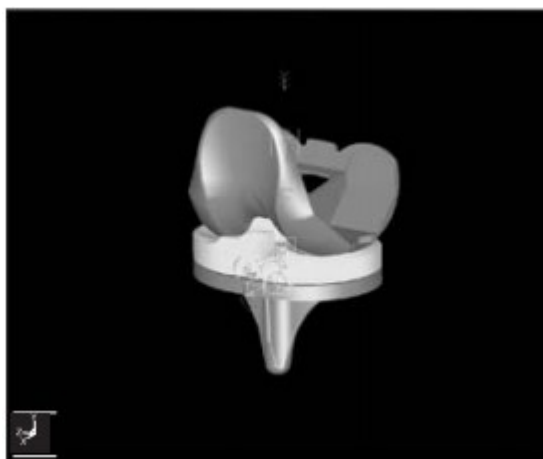
Téma nelineárních úloh nosníků na pružném podkladu bylo použito v disertační práci Ing. Šárky Michenkové, Ph.D. roku 2017 na naší škole. Kromě jiných případů se v práci řeší použití pružného podkladu v tečném směru, kdy je nosník obklopený poloprostorem namáhan axiálním tahem. Navržené modely jsou experimentálně testovány pomocí trhacích zkoušek, konkrétně se jedná o vytrhávání kostních šroubů z kostí. Tyto zkoušky jsou především důležité pro výzkum chování implantátů. [36]

Dále roku 2017 vznikla na naší škole disertační práce Ing. Günthera Theisze, Ph.D. zabývající se konstrukcí a optimalizací vnitřních fixátorů pomocí numerických výpočtů a experimentů. Implantáty byly modelovány v přímé interakci s kostní tkání, jejíž model se získal z *CT* snímků. Materiál kostní tkáně byl nahrazen nehomogenním po částech *izotropním* materiálem, což se ukázalo být daleko přesnější postup než nahrazení kostní tkáně pružným podkladem. Nevýhoda je ovšem v jeho značné složitosti. [37]



Obrázek 4.2 – Průběh celkových posuvů mediální dlahy na tibii pro případ chybějícího fragmentu kosti [37]

Teorie pružného podkladu byla dále například využita v roce 2003 na jedné universitě na Floridě, při vytvoření modelů kolenní náhrady, k výpočtům kontaktních tlaků u prostorových ploch. Model byl schopen počítat maximální a průměrné hodnoty kontaktních napětí, což se ověřilo experimentem. Testovaly se lineární i nelineární modely. Tento nový přístup se ukázal být dostatečně rychlý a přesný, aby byl využit dále například k navrhování a optimalizaci úplné kolenní náhrady. [38]



Obrázek 4.3 – Dynamický model kolenního implantátu [38]

Dalším článkem pojednávající o využití pružného podkladu analytickým řešením se zabýval pevnostní analýzou šroubů k fixaci zlomenin krčku femuru. Porovnávaly se šrouby plného kruhového průřezu a průřezu mezikruží, vyrobené z titanu a oceli. Následně byl vytvořen jednoduchý konečno-prvkový model, jehož výsledky se porovnávaly s analytickým řešením. Relativní chyba mezi oběma metodami řešení byla menší než 6,6 %. [39]

Z těchto a dalších příkladů řešení osteosyntézy a pružného podkladu je vidět oprávněnost použití pružného podkladu jako *aproximaci* interakce hřebu a šroubů s kostí. Výhodou tohoto postupu je snadnější vytvoření modelu, kde není nutné modelovat kostní tkáň a její materiálové vlastnosti. Nevýhodou je ale stanovení tuhosti podloží jako okrajové podmínky na základě odhadu nebo experimentu. V této práci se ovšem tuhost podloží nastaví tak, aby výsledky průhybu modelu souhlasily s experimentem ohybu umělé kosti s hřebem.

## 5 Biomechanické materiály ke zkoušení

Umělé materiály odrážející mechanické vlastnosti kostní tkáně jsou nezbytným prostředkem k spolehlivému testování a navrhování kostních implantátů. Z nich vyrobené modely také často slouží k nácviku chirurgických zákroků. Takovéto modely nebývají ovšem levné. Proto v případech, kdy není až tak nutné pracovat s materiály, které se blíží mechanickým vlastem kosti, se používá dřevo, plast, ...

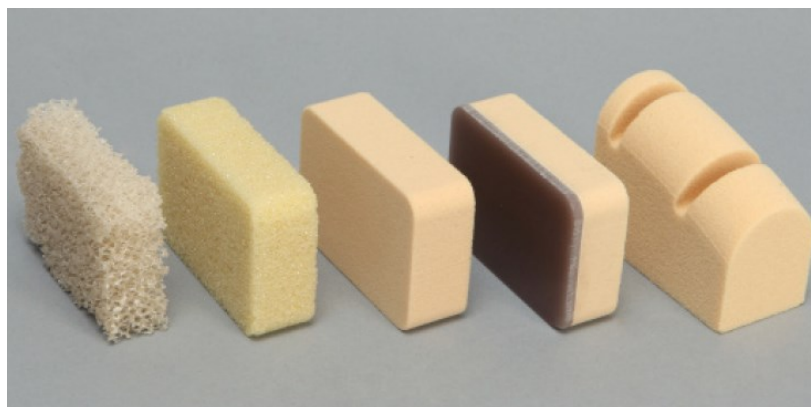
Nejspolehlivější výsledky by měly dávat testy, kde se požívaly pravé lidské kosti, kosti z tzv. *kadavérů*. Jejich použití je ovšem z etických důvodů a také kvůli jejich nesnadné dostupnosti značně komplikované. Neživá tkáň má navíc jiné vlastnosti než tkáň živá. Někdy se jako alternativa zdá použití zvířecích kostí.

Společnost, která vyrábí různé typy anatomických modelů je například 3B Scientific. Jejich produkty převážně slouží k výcviku chirurgů, kteří se učí nejprve na umělých kostech provádět zákroky (například kyčelní výměny) nebo inženýrů, kteří na umělých kostech testují lékařská zařízení. [40]



Obrázek 5.1 – ORTHObones Premium pravý Femur [40]

Další firma, která se zabývá výrobou biomechanických materiálů jako jsou kosti a jiné měkké tkáně, je firma Sawbones. Jejich produkty mají široké uplatnění v *ortopedii*, veterinářství, biomechanickém testování a počítačových simulacích. [41] Pro simulaci spongiózy se používají tuhé nebo pórovité *polyuretanové* pěny. Nejčastěji se tyto pěny používají k testování šroubů. Jako simulace kortikální kosti se používá *epoxid* vyplněný krátkými skleněnými vlákny. Jejich kombinací se získají různé *laminované* struktury.



Obrázek 5.2 – Polyuretanové pěny [42]

Jako kompletní napodobenina lidských kostí se používají kompozitní kosti. Tyto umělé kosti mají kortikální slupku vyrobenou z epoxidu se skleněnými vlákny a jejich spongiózní část z polyuretanové pěny. Vnitřek diafýzy je dutý, jako *intramedulární* kanál. Jejich mechanické vlastnosti se blíží reálné kosti viz tab. 5.1. [42]

Tabulka 5.1 – Mechanické vlastnosti umělé kompozitní kosti Sawbones [42]

Simulovaná kortikální kost				
	Podélný tah		Tlak	
Hustota $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	Pevnost $[MPa]$	Modul $[GPa]$	Pevnost $[MPa]$	Modul $[GPa]$
1 640	106	16	157	16.7
	Příčný tah			
	Pevnost $[MPa]$	Modul $[GPa]$		
	93	10		
Simulovaná houbovitá část kosti				
		Tlak		
Hustota $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$		Pevnost $[MPa]$	Modul $[GPa]$	
270		6	155	





*Obrázek 5.3 – Kompozitní kosti [42]*

Tyto umělé kosti se používají, když jsou potřebné mechanické vlastnosti reálné kosti. Jejich cena se pohybuje okolo 3 000 – 4 000 Kč. Poté existují levnější varianty, které slouží k použití převážně v ortopedii. Jejich kortikální slupka je vyrobena z tuhé plastové pěny nebo jiného plastu.

Pokud je z nějakých důvodů potřeba vidět dovnitř kosti, existují kosti vyrobené z průhledných materiálů. Například k vystavování implantátů nebo při výuce. Firma Sawbones také nabízí různé druhy produktů se simulacemi fraktur, kdy jsou kosti účelně nalomené, nebo také kosti, které mají simulovat osteoporózu (kosti se sníženými mechanickými vlastnostmi).

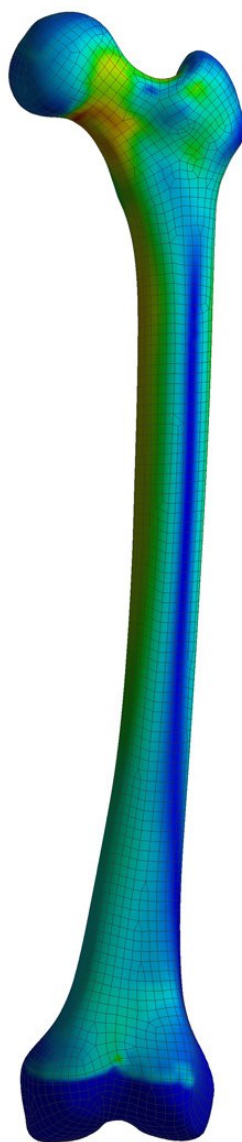


*Obrázek 5.4 – Osteoporózní umělá kompaktní kost [42]*



*Obrázek 5.5 – Umělý femur se zlomeninami [43]*

K dostání jsou také *CAD* modely kostí, které jsou užitečné při *dimenzování* implantátů a jiných zařízení. Dostupné jsou i ověřené konečno prvkové modely kostí se zakódovanými materiálovými vlastnostmi. Konečno-prvkové modely jsou běžně používány k optimalizaci, porovnávání a testování ortopedických zařízení a chirurgických nástrojů. Takovéto počítačové modely bývají mnohonásobně dražší (desítky tisíc korun českých) než výše zmíněné hmotné modely. [42]



Obrázek 5.6 – Konečno-prvkový model femuru [44]

## 6 Tříbodový ohyb umělých kostí s nitrodřeňovým hřebem

### 6.1 Popis zkoušky

V tomto experimentu se zkoušely dvě umělé kosti s ocelovým nitrodřeňovým femorálním hřebem (výrobce MEDIN a.s.). Hnědá kost („zdravá“) představovala zdravou kost (tj. zlomenina po úspěšné léčbě). Bílá kost („zlomená“) byla ve subtrochanterické části dvakrát rozřezána, což simulovalo subtrochanterickou liniovou zlomeninu. Do obou kostí byl zaveden hřeb ve spolupráci s lékaři Fakultní Nemocnice Ostrava. Zjišťovala se závislost zatěžující síly na průhybu kosti a popřípadě síla, při které dojde k jejímu zlomení. Měření probíhalo v laboratoři katedry aplikované mechaniky.



Obrázek 6.1 – RTG snímek umělé kosti se subtrochanterickou liniovou zlomeninou s nitrodřeňovým hřebem délky 420 mm a jištěním šroubů do krčku [Fakultní nemocnice Ostrava]



Obrázek 6.2 – RTG snímek umělé kosti s nitrodřeňovým hřebem délky 320 mm a jištěním šroubů do krčku [Fakultní nemocnice Ostrava]

## 6.2 Zkušební stroj – Měřicí systém Testometric M500 – 50CT

Model M500-50CT (viz obr. 6.3) je stolní dvousloupový univerzální zkušební trhací stroj kompletně řízený přes PC využívající komplexní software WinTest Analysis. Stroj a software je plně konfigurovatelný tak, aby splňoval zkoušení dle platných evropských a světových norem.

Jedná se o plně digitální zkušební systém s vysokou přesností ovládání. Díky automatizovanému řízení zkušebních metod je dosaženo velmi jednoduchého ovládání. Součástí stroje jsou samonastavitelné siloměrné snímače s vysokým rozlišením. Tyto snímače mají možnost automatického rozlišení a okamžitou kalibraci. Systém disponuje 800% ochranou proti přetížení silového snímače bez jeho zničení. Díky čtyřem výstupním kanálům lze dosáhnout velmi rychlého sběru potřebných dat.



Obrázek 6.3 – Trhací stroj TestometricM500/50CT [45]

Tabulka 6.1 – Technické parametry trhacího stroje Testometric [45]

Specifikace měřicího zařízení TESTOMETRIC M500 – 50CT	
Max. zatížení v kN	50
Přesnost	+/- 0.5% až na 1/1000 jejích jmenovité hodnoty
Prac. prostor – výška	1180 mm
Dráha příčniku	980×0,001
Pracovní prostor	Ø 420 mm
Celková výška	1585 mm
Celková šířka	762 mm
Celková hloubka	505 mm
Rozsah rychlosti	0,001 – 1 000 mm/min
Přesnost rychlosti	+/- 0,1% za stálých podmínek
Průměr čepu	Ø 30 mm
Hmotnost	245 kg
Příkon	1 kW
Provozní napětí	115 nebo 230 V 1ph 50/60 Hz

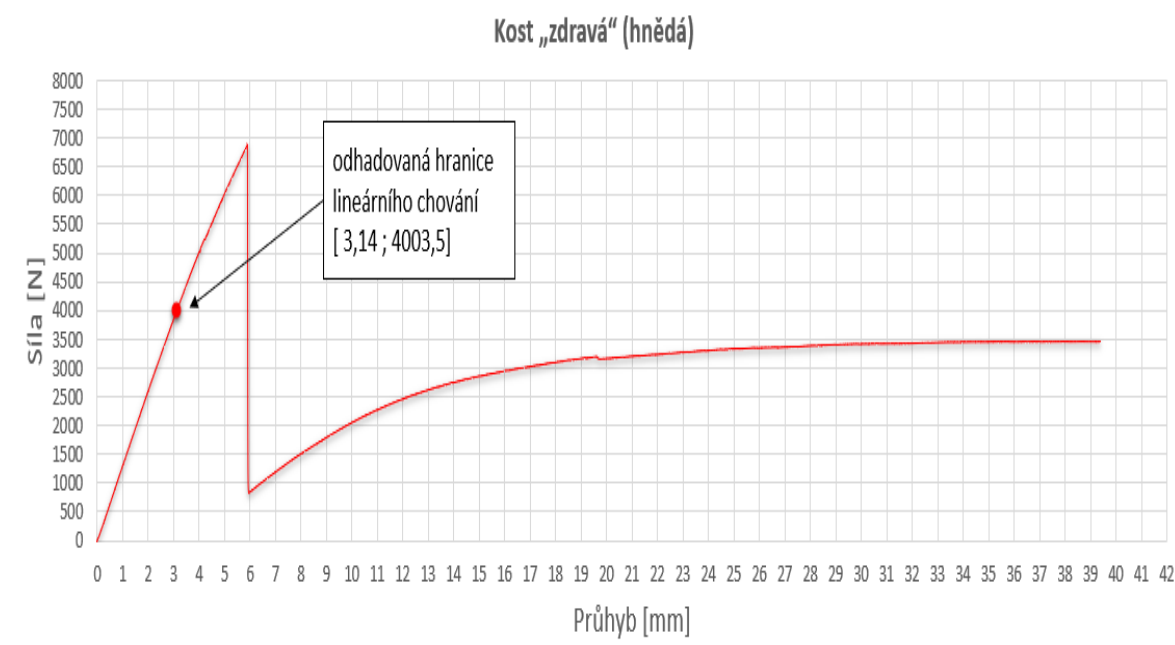
Dodávaný software je univerzální zkušební program winTest TM Analysis. Jedná se o vícefunkční plně přizpůsobitelný software, který podporuje specifikace mezinárodních norem jako jsou ISO, EN, ASTM a BS, včetně norem českých a slovenských. Podporované specifikace zkoušek zahrnují mimo jiné pevnost v tahu, v tlaku, průhyb, střih, ale i zkoušky trhání, průraz, adhezi, cyklování a tvrdost. [45]

## 6.3 Průběh zkoušky

### 6.3.1 Ohyb „zdravé“ kosti

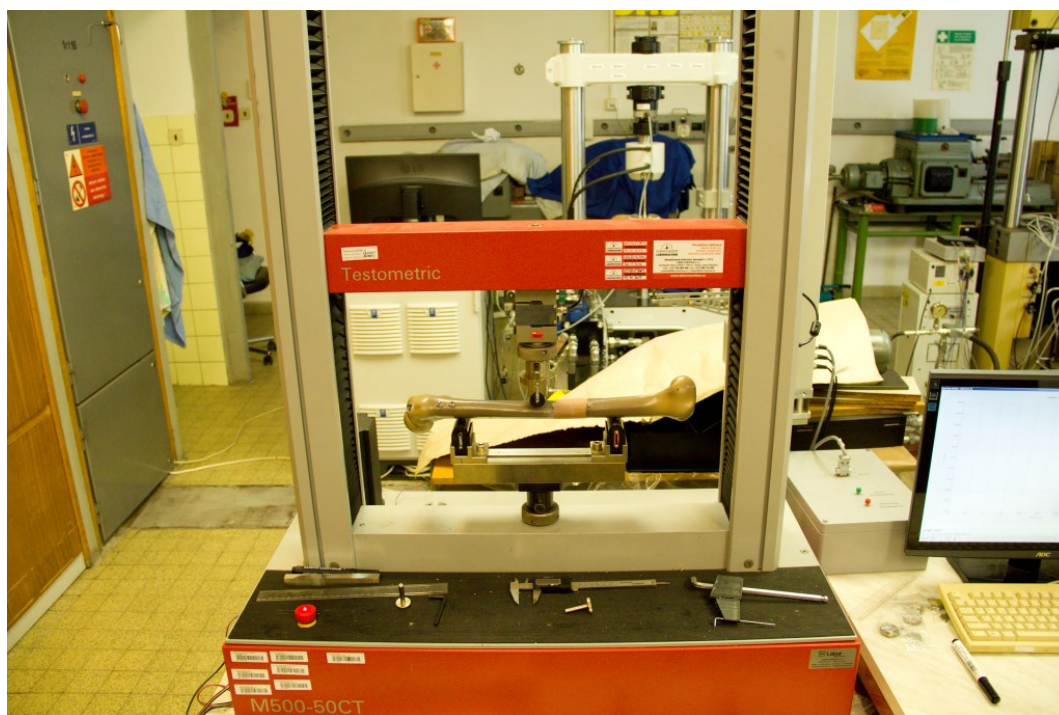
Umělou kost se zavrtaným hřebem nebylo nutno před měřením nijak ošetřovat. Kost se ustavila mezi válečkové podpory a následně se přisunul příčník, který kost při pomalém zatěžování ohýbal. Kost praskla při 6885 *N* a průhybu 5,91 *mm*. Následoval prudký pokles síly na 844 *N*. Následně už se ohýbal „jen“ hřeb. Přibližně se odhadla hranice lineárního chování při zkoušce ohybem viz obr. 6.4. Ohybová tuhost v lineární oblasti „zdravé“ kosti s hřebem se vypočetla jako

$$k_{\text{zdravá}} = \frac{F}{v} = \frac{4003,5}{3,14} = 1\,276,22 \frac{\text{N}}{\text{mm}}.$$

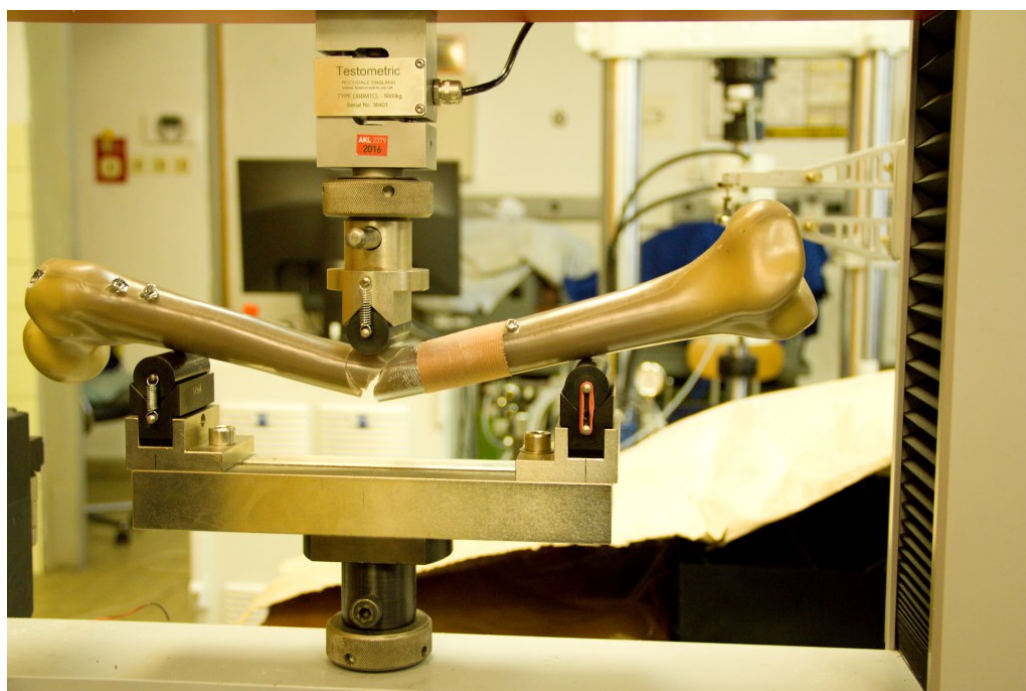


Obrázek 6.4 – Graf závislosti zatěžující síly na průhybu „zdravé“ kosti se hřebem délky 320 *mm*





*Obrázek 6.5 – Ustavení „zdravé“ kosti se hřebem délky 320 mm*

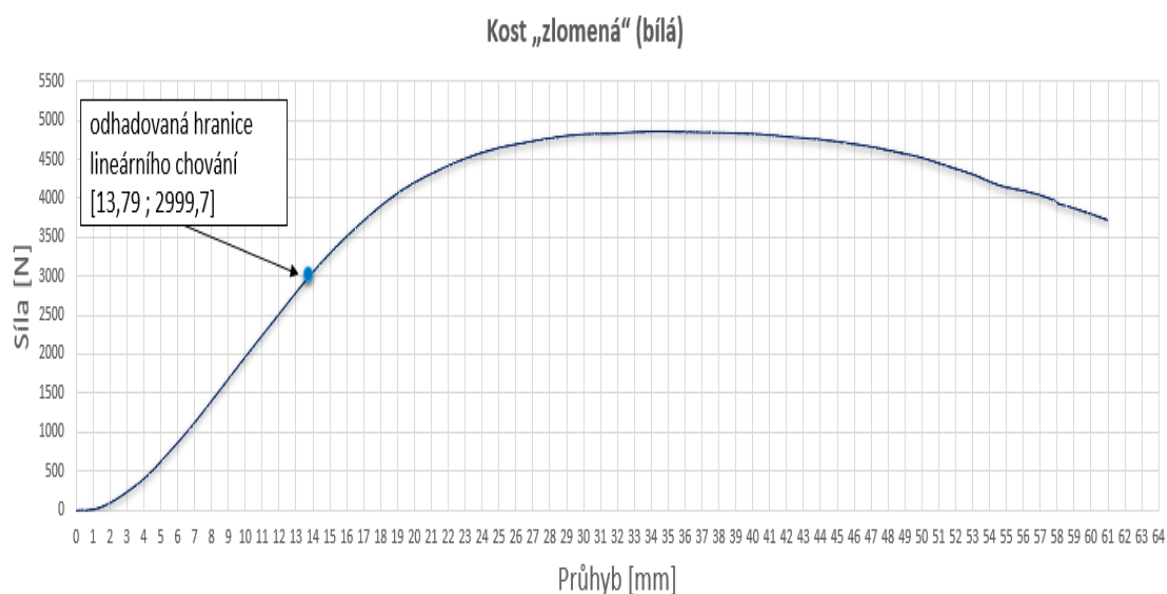


*Obrázek 6.6 – Zlomenina vyvolána zatížením „zdravé“ kosti se hřebem délky 320 mm*

### 6.3.2 Ohyb „zlomené“ kosti

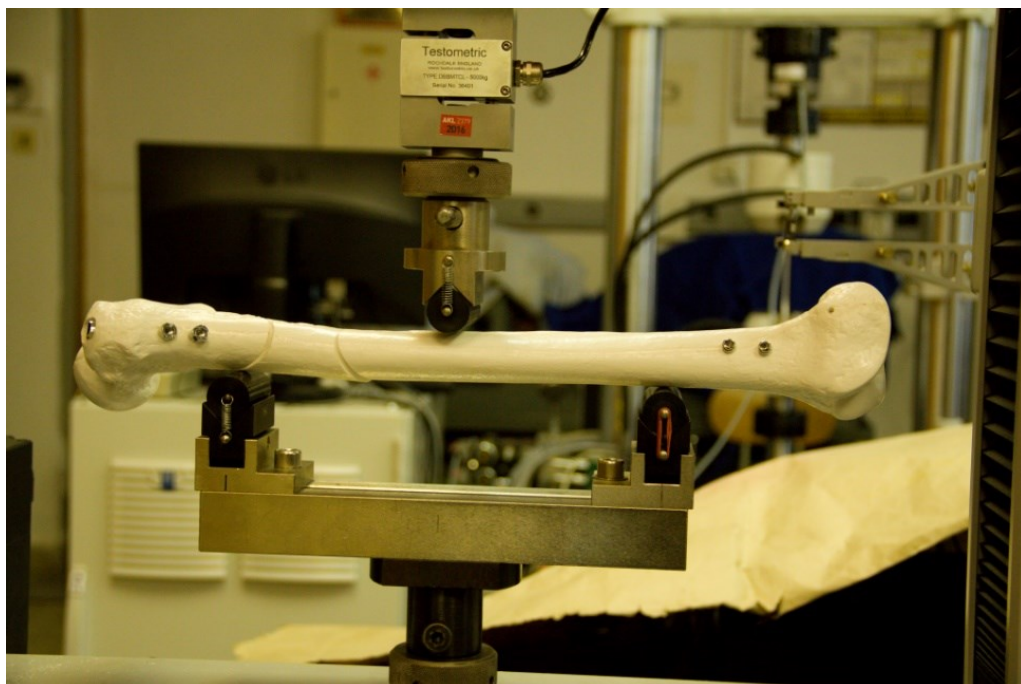
Ustavení probíhalo stejně jako v předchozím případě. Kost se však kvůli dvojímu nařezání, které simulovalo zlomeninu nemohla zlomit (tj. nařezání dle subtrochanterické liniové zlomeniny). Došlo pouze k posunutí volného úlomku kosti, který se o zbytek kosti zpříčil a docházelo pouze k ohybu hřebu. Maximální zatěžující síla nabyla hodnoty 4848  $N$  při průhybu 34,51  $mm$ . Přibližně se odhadla hranice „lineárního“ chování při zkoušce ohybem viz obr. 6.7. Tuhost v lineární oblasti „zlomené“ kosti s hřebem se vypočetla jako

$$k_{zlomená} = \frac{F}{v} = \frac{2999,7}{13,79} = 217,57 \frac{N}{mm} .$$



Obrázek 6.7 – Graf závislosti zatěžující síly na průhybu „zlomené“ kosti se hřebem délky 420  $mm$





Obrázek 6.8 – Ustavení „zlomené“ kosti se hřebem délky 420 mm



Obrázek 6.9 – Stav po ohybu „zlomené“ kosti se hřebem délky 420 mm

## 6.4 Vyhodnocení a srovnání výsledků

Ze zkoušky je patrné, že „zdravá“ kost s hřebem délky 320 mm má 1,4krát větší pevnost při zkoušce ohybem než kost „zlomená“ s hřebem délky 420 mm a „zdravá“ kost je přibližně 5,9krát tužší než kost „zlomená“.

Tabulka 6.2 – Srovnání výsledků ze zkoušky

Maximální síla [N]		Poměr
"zdravá" kost	"zlomená" kost	"zdravá"/"zlomená"
6885	4847,9	1,42

Tuhost v ohybu [N/mm]		Poměr
"zdravá" kost	"zlomená" kost	"zdravá"/"zlomená"
1276,22	217,57	5,87



Obrázek 6.10 – Stav obou kostí po zkoušce

## 7 Konečno-prvkový model femorálního hřebu „zdravé“ kosti řešený mechanickými kontakty

Model je vytvořen k účelu zjistit deformačně napěťové stavy u stehenní kosti s nitrodřeňovým femorálním hřebem namáhané tříbodovým ohybem. Z výsledků experimentu máme k dispozici pouze posunutí příčnicku, což ke tvorbě zjednodušeného modelu pomocí pružného podloží nestačí. Potřebujeme ověřit také průběhy a velikosti napětí.

Pro tuto úlohu byl zvolen software pro tvorbu konečno-prvkových modelů MSC Patran 2017.0.1 s řešičem MSC NASTRAN 2017.0, typ řešiče LINEAR STATIC.

### 7.1 Geometrie

Jako model stehenní kosti byl použit model z internetové knihovny Grabcad [46], který rozměrově přibližně odpovídal umělé kosti použité při zkoušce. CAD model hřebu byl dodán firmou MEDIN, a.s.

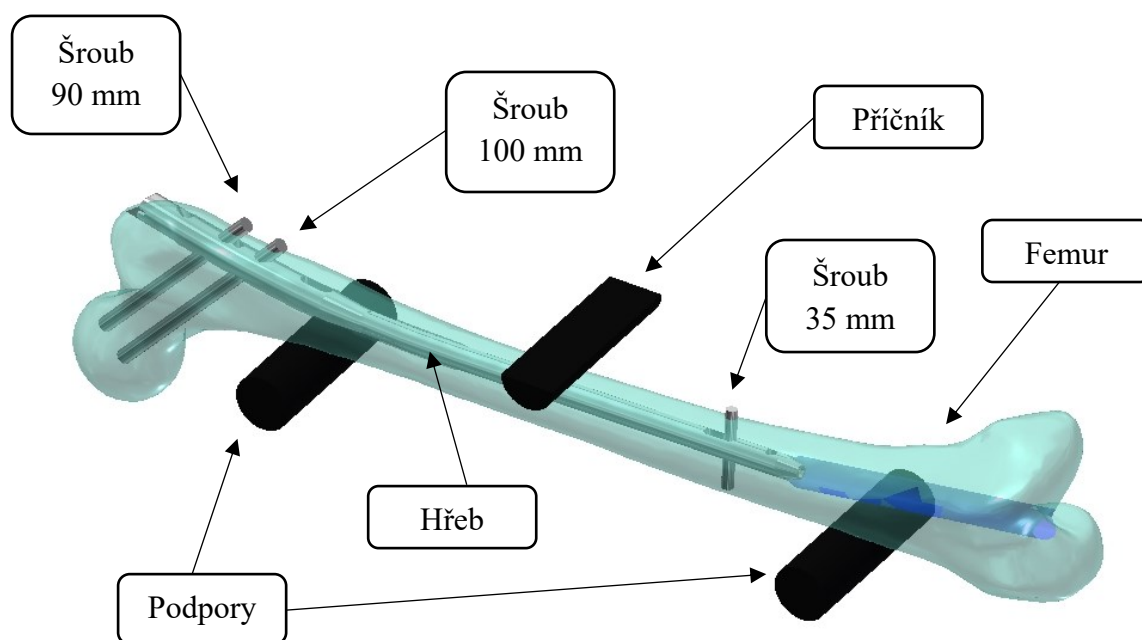
K modelování dalších součástí a úpravám geometrie byl použit 3D CAD software Autodesk Inventor Professional 2016. Poté se provedl export geometrie do formátu STP, který se importoval do programu Patran.

Celá sestava implantátu s kostí tvořila tyto části:

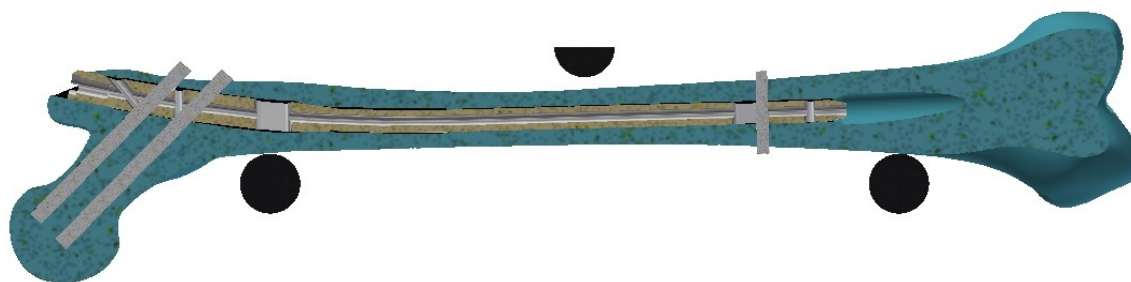
- Hřeb
- Šroub délky 100 *mm*
- Šroub délky 90 *mm*
- Šroub délky 35 *mm*
- Femur

Modely všech šroubů byly nahrazeny válci o průměru vnějších průměrů šroubů.

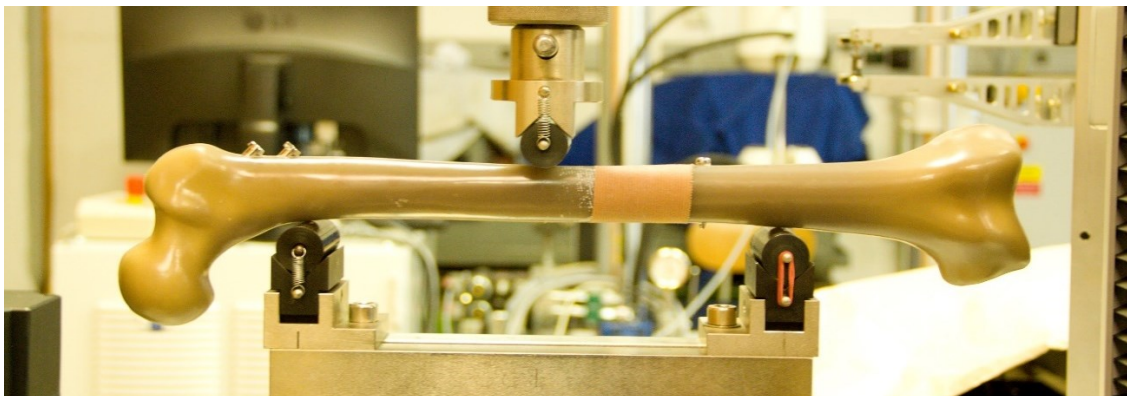
Kost s hřebem byla následně ustavena mezi 2 válce o průměrech podpor, použitými v experimentu. Příčnick byl nahrazen polovinou stejného válce jako u podpor. Viz obr. 7.1.



Obrázek 7.1 Geometrie kompletní sestavy femuru s hřebem, šrouby a náhradou stroje



Obrázek 7.2 Řez sestavy femuru s hřebem, šrouby a náhradou stroje



Obrázek 7.3 – Ustavení kosti s hřebem při zkoušce ohybem

## 7.2 Vlastnosti použitých materiálů

### Hřeb a šrouby

Hřeb a šrouby jsou vyrobeny z *austenické* nerezové oceli 1.4441 (DIN X2CrNiMo18-14-3, AISI 316LVM). Tato ocel se běžně používá pro výrobu tělních implantátů, chirurgických nástrojů, drátků apod. Je odolná vůči neoxidujícím kyselinám a korozi, je *hypoalergenní*. Splňuje normu ISO 5832-1, která opravňuje jeho použití pro výrobu tělních implantátů. [47] [48]

Tabulka 7.1 – Chemické složení nerezové oceli 316LVM [47]

	C	Mn	P	S	Si	Cr	Ni	Mo	N	Cu
Min [%]						17	13	2,5		
Max [%]	0,03	2,0	0,025	0,010	1,0	19	15,5	3,2	0,1	0,5

Tabulka 7.2 – Mechanické vlastnosti nerezové oceli 316LVM [43]

Mez pevnosti v tahu [MPa]	Modul pružnosti [MPa]	Mez kluzu [MPa]	Poissonovo číslo [–]	Hustota $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
1 100	200 000	800	0,29	7 980

## Femur

Pro materiál kosti byl zvolen izotropní materiál, který odpovídá středním materiálovým hodnotám umělé kosti viz tab. 5.1. Toto zjednodušení povede k určité nepřesnosti výpočtu, ovšem v tomto případě, kdy je v experimentu použita umělá kost, by měla být výsledná přesnost dostačující.

Tabulka 7.3 – Uvažované mechanické vlastnosti umělé stehenní kosti

Mez pevnosti v tahu [MPa]	Modul pružnosti [MPa]	Poissonovo číslo [–]	Hustota $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
106	16 000	0,3	1 600

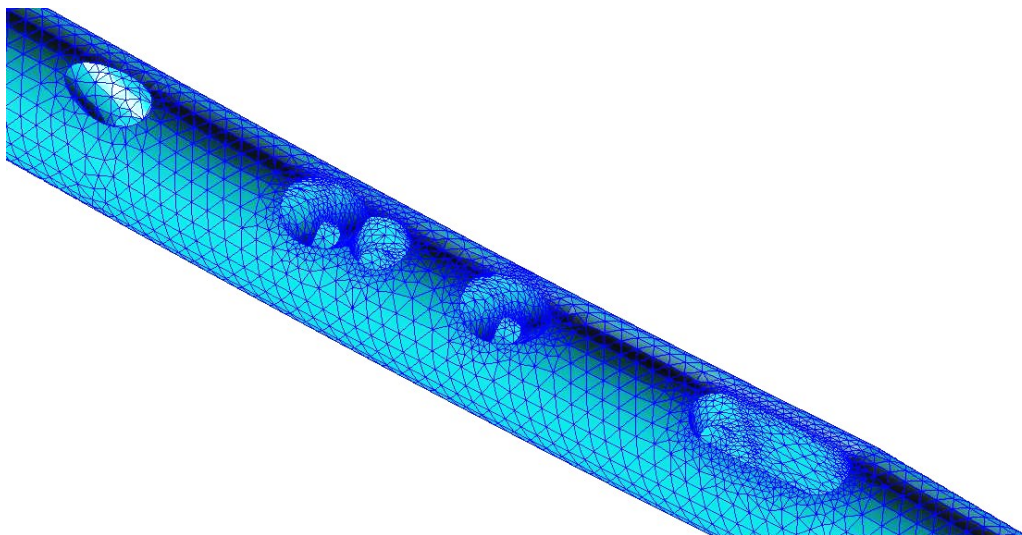
## 7.3 Diskretizace

Řešení pomocí MKP vyžaduje rozdělení jednotlivých součástí jako spojitých oblastí na oblasti tvořené konečným počtem uzlů/prvků. Numerickými metodami se poté řeší vzájemná posunutí jednotlivých uzlů a zároveň musí být mezi nimi zachována spojitost. Následně se dopočítávají napětí, přetvoření a další veličiny.

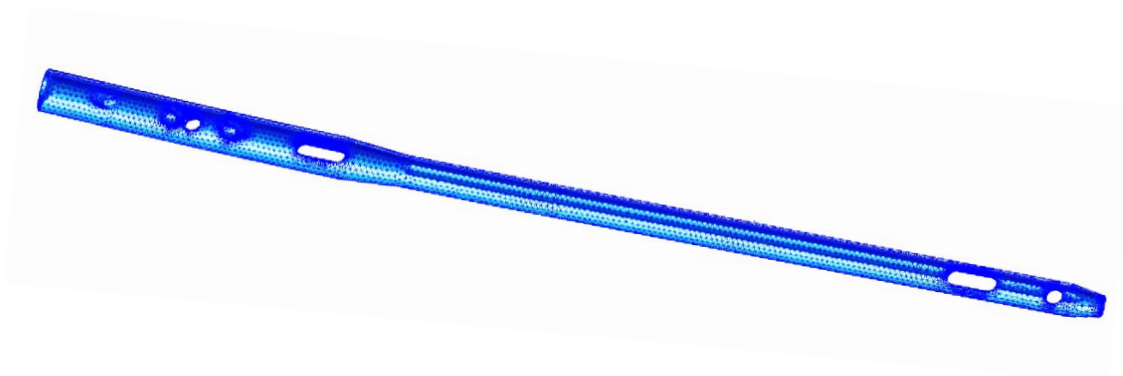
## Hřeb

Konečno-prvková síť hřebu byla tvořena tetraedrickými kvadratickými prvky Tet10, které dokáží jako jedny z mála snadno popsat složité geometrické tvary. Tento prvek je tvořen čtyřstěnem s deseti uzlovými body. Čtyři uzly se nacházejí v jeho vrcholech a šest uzlů ve středu jeho hran. Na hranách dříve ke zhuštění sítě byla použita funkce Mesh Seed, která přizpůsobuje velikost hrany okolních elementů. Dále byl celý model vysítován se hranou elementu 1,5 mm. Síť tvořilo 75 169 elementů.





*Obrázek 7.4 Submodeling na hřebu u kontaktní úlohy*



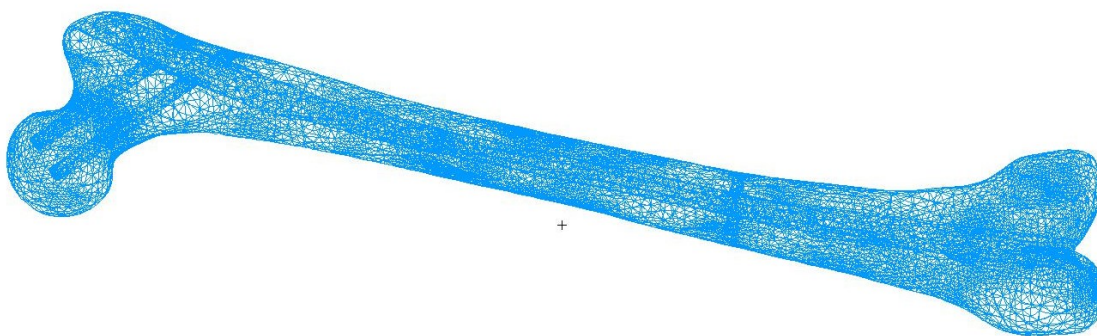
*Obrázek 7.5 Síť hřebu u kontaktní úlohy*

### **Šrouby**

Pro síť všech šroubů byly použity lineární hexaedrické prvky Hex8. Síť šroubu délky 100 mm tvořilo 5 600 elementů, síť šroubu délky 90 mm tvořilo 5 548 elementů a síť šroubu délky 35 mm tvořilo 1 470 elementů.

### **Femur**

Síť femuru byla tvořena tetraedrickými kvadratickými prvky Tet10. V místech děr a kontaktů s podstavami i příčnickem byla zhuštěna. Síť tvořilo 111 209 elementů.



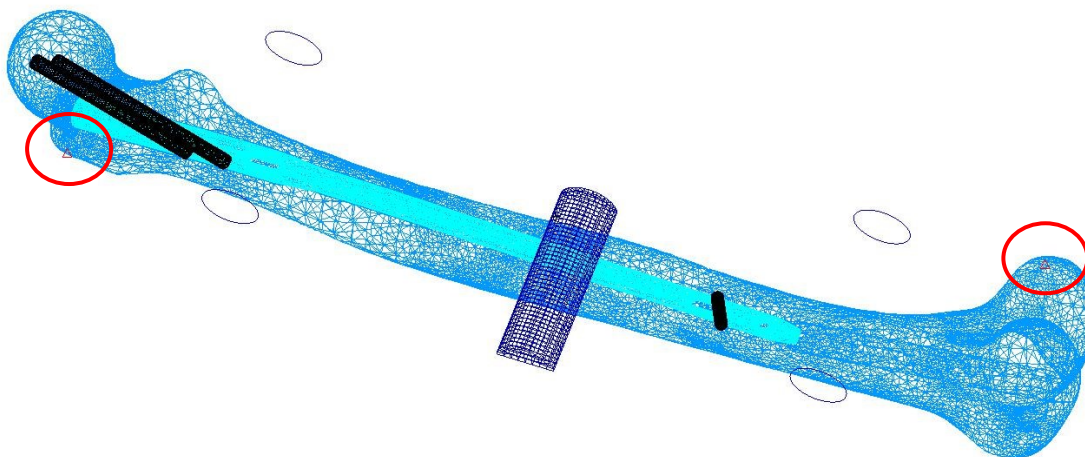
Obrázek 7.6 Síť femuru u kontaktní úlohy

### Příčník

Síť příčníku tvořilo 1 640 lineárních hexaedrických elementů typu Hex8. Těmto elementům byla následně přiřazena vlastnost Youngova modulu velikosti  $9.9999998\text{E}+12$ , aby elementy měly chování absolutně tuhého tělesa.

### Pružiny

Ke stabilizaci kosti na dvou podporách byly ve dvou uzlech na obou koncích vytvořeny 0D elementy, kterým byla následně přiřazena vlastnost v prostoru uchycené pružiny (Grounded Spring) o tuhosti  $1 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$  ve směru kolmém na rovinu ohybu. (Aplikací tohoto postupu do uzlů ploch vzniká pružný podklad, který se musí přepočítat na tuhost pružin  $k_{0D} = \frac{K \cdot S_k}{n}$ , kde  $K$  je modul stlačitelnosti podloží,  $S_k$  je obsah plochy, která je v kontaktu s pružným podložím a  $n$  je počet uzlů).



Obrázek 7.7 Celková síť sestavy s 0D elementy s předepsanou tuhostí u kontaktní úlohy



Celkovou síť tvořilo 200 638 elementů.

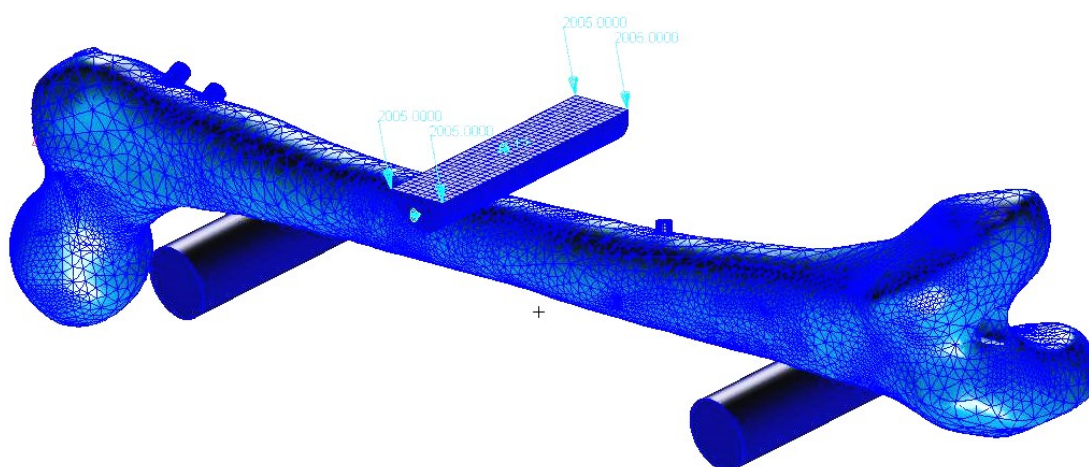
## 7.4 Okrajové podmínky

### 7.4.1 Zatěžující síla

Byly zvoleny zatěžující síly v intervalu  $1,1\text{ N}$  až  $4003,5\text{ N}$ , kdy se diagram zkoušky choval přibližně lineárně viz obr. 6.4. Postupně se provedlo 10 výpočtů s krokem zatěžující síly přibližně  $500\text{ N}$ . Síla byla aplikována jako Total Load (síla rovnoměrně rozložená do uzlů vybraných elementů) na horní plochu válce, který představoval příčník. V experimentu byl ovšem předepsán posuv a stroj odečítal reakci. Tento reverzní postup byl zvolen kvůli ovládání programu.

### 7.4.2 Posuvná vazba

Všem elementům příčníku byly zamezeny posuvy v horizontální rovině. Mohl nastat pouze svislý pohyb.



Obrázek 7.8 Aplikace vazeb a zatížení

### 7.4.3 Kontakty

Kontakt těles představuje typ okrajové podmínky, kdy se dopočítávají deformace i síly. V softwaru Patran rozlišujeme dva druhy kontaktů. Kontakt Touch (T), který vytvoří klasický kontakt při dotyku dvou těles s tím, že se tělesa po sobě mohou navzájem pohybovat nebo také i oddělit. V místech dotyku těles s tímto typem bez tření vzniká pouze síla v normálovém směru, se třením vzniká i v tangenciálním směru. Dalším typem je kontakt Glue (G), který obě tělesa v místech dotyku pevně spojí (slepí). Tento typ se často používá, pokud chceme spojit dva objekty s odlišnou sítí, kdy jednotlivé uzly na sebe nenavazují. Kontrolní metoda byla zvolena Segment to Segment s Pokutovým přístupem. Normal Penalty Factor mezi příčnickem, podstavami a kostí byl nastaven na  $1\text{E}+08$ , u ostatních kontaktů na  $1\text{E}+05$ .

Nejprve byla vytvořena pouze síť na femuru a příčnicku. Oběma tělesům byl přiřazen kontakt deformovatelného tělesa typu Touch bez uvažování tření. Kost se pevně zachytila za jeden konec. Až úloha *konvergovala*, přiřadil se kontakt absolutně tuhého tělesa na plochu válce jedné podpory a vytvořil se kontakt typu Touch, bez uvažování tření mezi femurem a první podporou. Poté co úloha konvergovala, provedl se stejný postup i s druhou podporou. Následně se zrušilo vetknutí femuru. Kvůli nestabilní poloze femuru a simulace natačení kosti se vytvořily pružiny o tuhosti  $100 \frac{N}{mm}$ , viz kapitola 7.3 obr. 7.7.

Následně byla vytvořena síť hřebu, které byl přiřazen kontakt deformovatelného tělesa. Mezi hřebem a femurem byl nastaven kontakt Touch s koeficientem tření 0,2. Typ modelu tření byl zvolen Bilinear Coulomb. Až úloha konvergovala, byla vytvořena síť na šroubech, kterým se přiřadil kontakt deformovatelného tělesa. Mezi každým šroubem a kostí byl uvažován kontakt typu Glue. Dále byl vytvořen kontakt Touch s koeficientem tření 0,1 (ocel-ocel) mezi každým šroubem a hřebem. Úloha se řešila s 10% přírůstkou zatížení.

	Typ	Rls	1	2	3	4	5	6	7	8
1-femur	D	N		G	G	G	T	T	T	T
2-L100	D	N	G				T			
3-L35	D	N	G				T			
4-L90	D	N	G				T			
5-nail	D	N	T	T	T	T				
6-press	D	N	T							
7-support_1	R	N	T							
8-support_2	R	N	T							

Obrázek 7.9 Kontaktní tabulka softwaru MSC Patran

Postupně se tuhost pružin snížila na  $1 \frac{N}{mm}$ , která se následně ve výsledcích projevila v reakcích 0D elementů velikosti 0,05 N. Z toho lze usoudit, že přidání pružiny nemá na výsledek značný vliv.

## 7.5 Výsledky analýzy

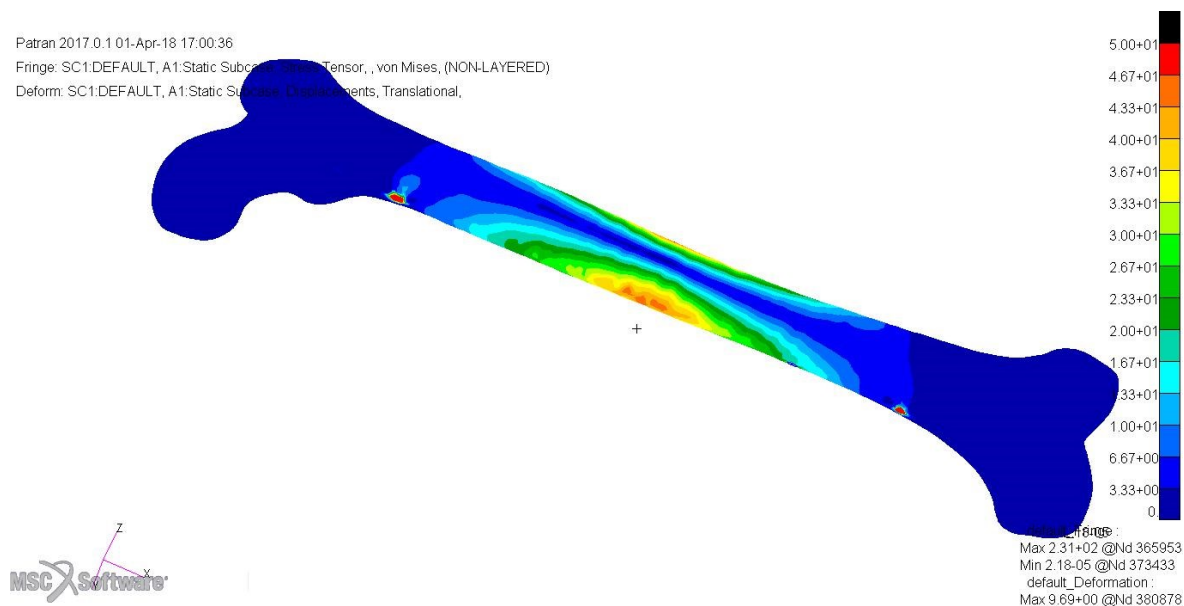
Pevnostní analýza pomocí MKP je jedna z mála metod, díky které získáme přehled deformačně napěťových stavů. Znalost průběhů napětí a deformací nám může sloužit k vyhodnocení kritických míst a následné optimalizaci. Experiment nám sice dává nejpřesnější výsledky, ovšem tyto výsledky jsou jen v místech měření, a navíc zaváděním různých sond (například tenzometrů) do součásti může znatelně ovlivnit výsledek.

Úloha byla počítána několikrát pro několik zatěžujících sil. **Zde jsou uvedeny výsledky pro zatěžující sílu 2005 N.**

U kontaktní úlohy byl proveden citlivostní výpočet s 901 979 elementy (výpočet trval cca 2 dny) namísto s 200 638 (výpočet trval cca 2 hodiny). U zatěžující síly 2005 N vyšel průhyb 1,61 mm, napětí na femuru 45,8 MPa a napětí na hřebu 224,6 MPa viz tab. 9.1. Z tohoto lze usoudit, že síť s 200 tisíci elementy je dostačující.

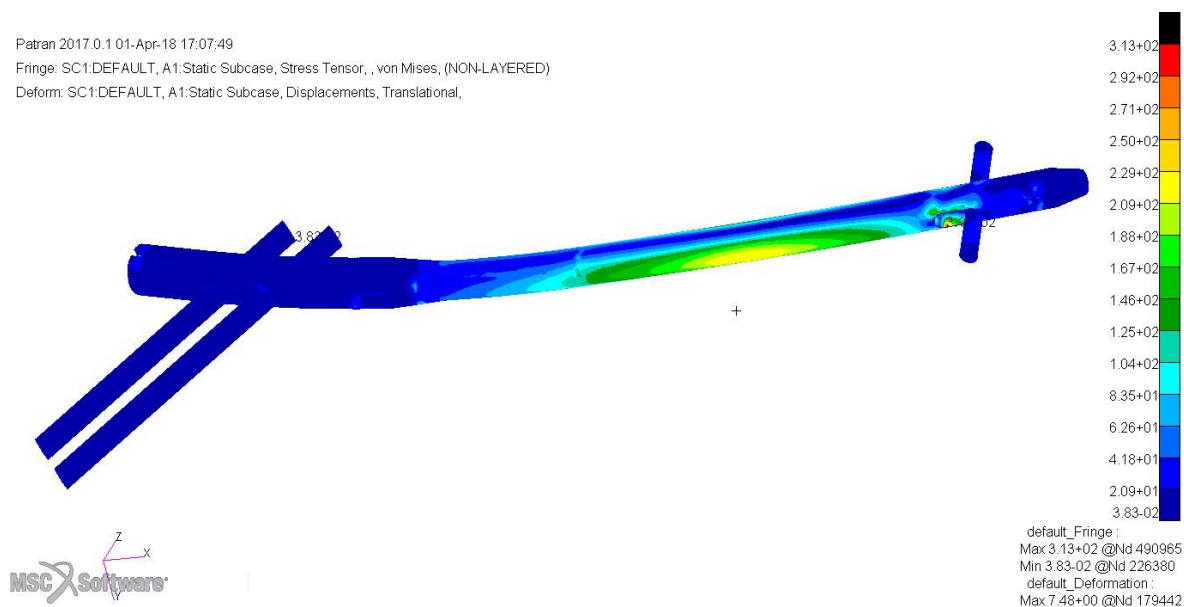
### 7.5.1 Redukované napětí von Mises

Napětí na femuru v největším průhybu vychází přibližně 46 MPa.



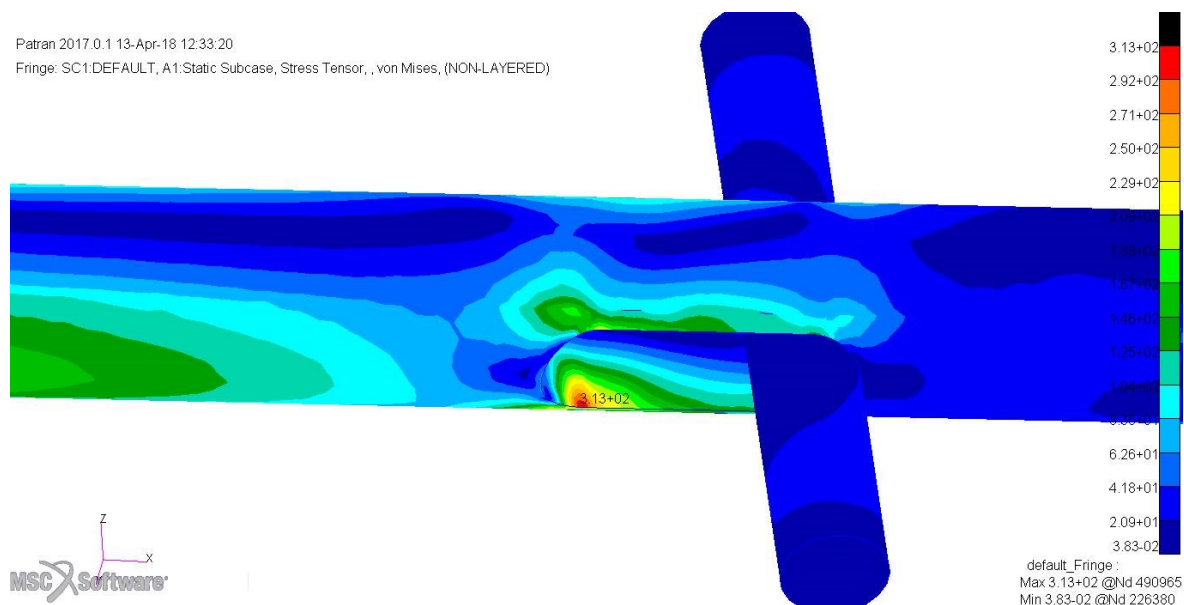
Obrázek 7.10 Redukované napětí [MPa] na femuru u kontaktní úlohy

Napětí na hřebu v největším průhybu vychází přibližně 230 MPa.

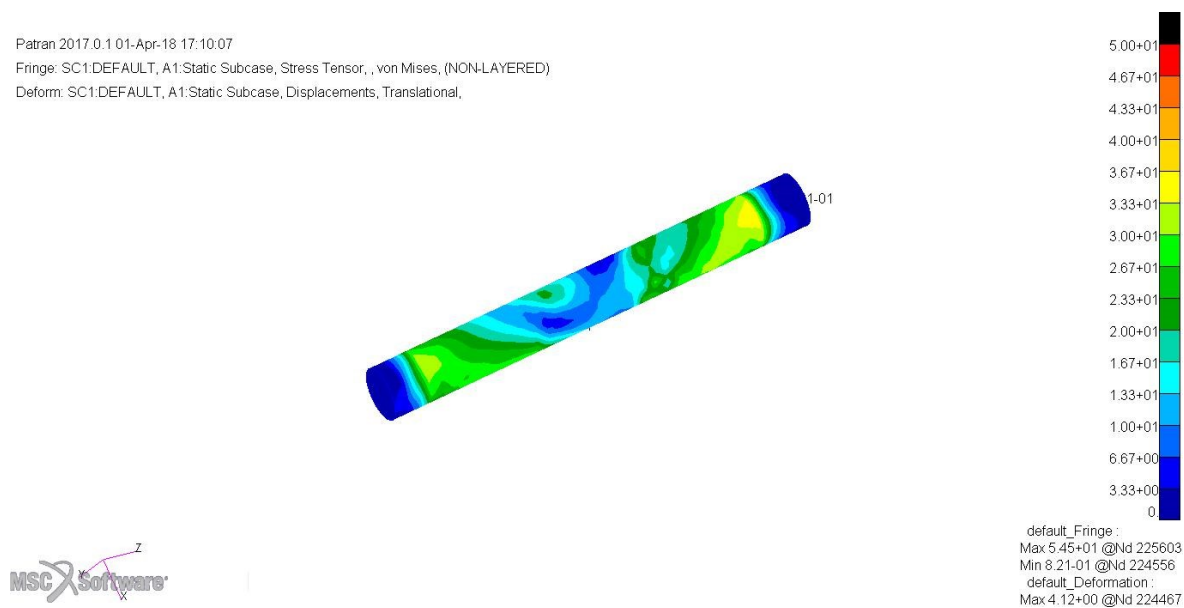


Obrázek 7.11 Redukované napětí [MPa] na hřebu se šrouby u kontaktní úlohy

Maximální napětí vychází 313 MPa na hraně díry dynamického jištění.



Obrázek 7.12 Maximální napětí [MPa] na otvoru dynamického jištění u hřebu u kontaktní úlohy

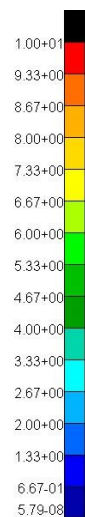
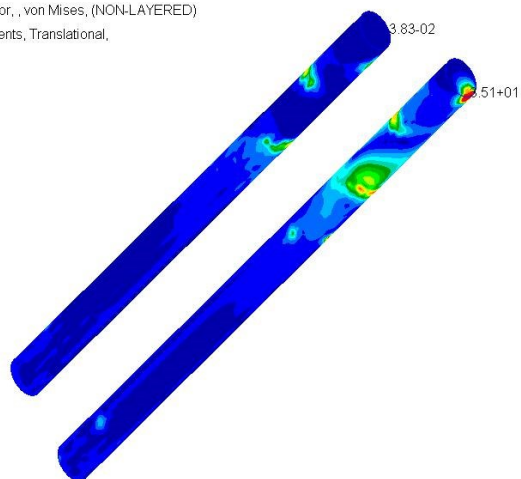
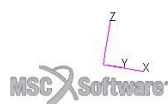


Obrázek 7.13 Redukované napětí [MPa] na šroubu délky 35 mm u kontaktní úlohy

Patran 2017.0.1 01-Apr-18 17:13:02

Fringe: SC1.DEFAULT, A1:Static Subcase, Stress Tensor, , von Mises, (NON-LAYERED)

Deform: SC1.DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational,



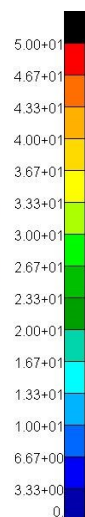
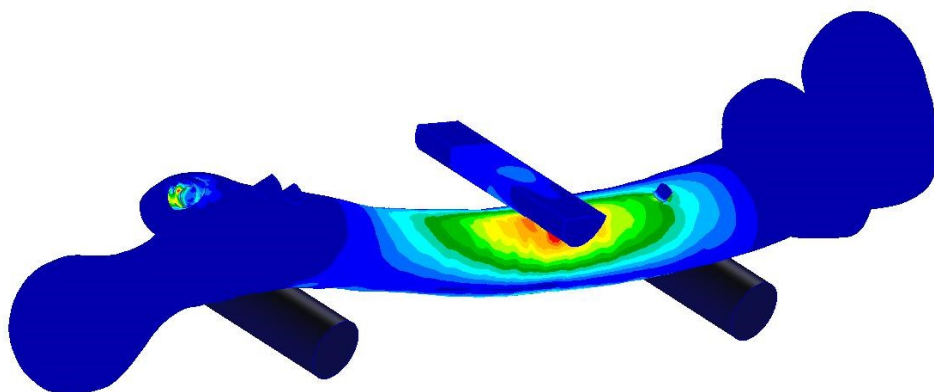
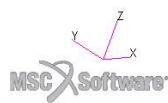
default\_Fringe :  
Max 3.51+01 @Nd 217579  
Min 3.83-02 @Nd 226380  
default\_Deformation :  
Max 6.68+00 @Nd 224394

Obrázek 7.14 Redukované napětí [MPa] na šroubech délky 90 mm a 100 mm u kontaktní úlohy

Patran 2017.0.1 01-Apr-18 17:05:25

Fringe: SC1.DEFAULT, A1:Static Subcase, Stress Tensor, , von Mises, (NON-LAYERED)

Deform: SC1.DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational,



default\_Fringe :  
Max 3.13+02 @Nd 490965  
Min 2.18-05 @Nd 373433  
default\_Deformation :  
Max 9.69+00 @Nd 380878

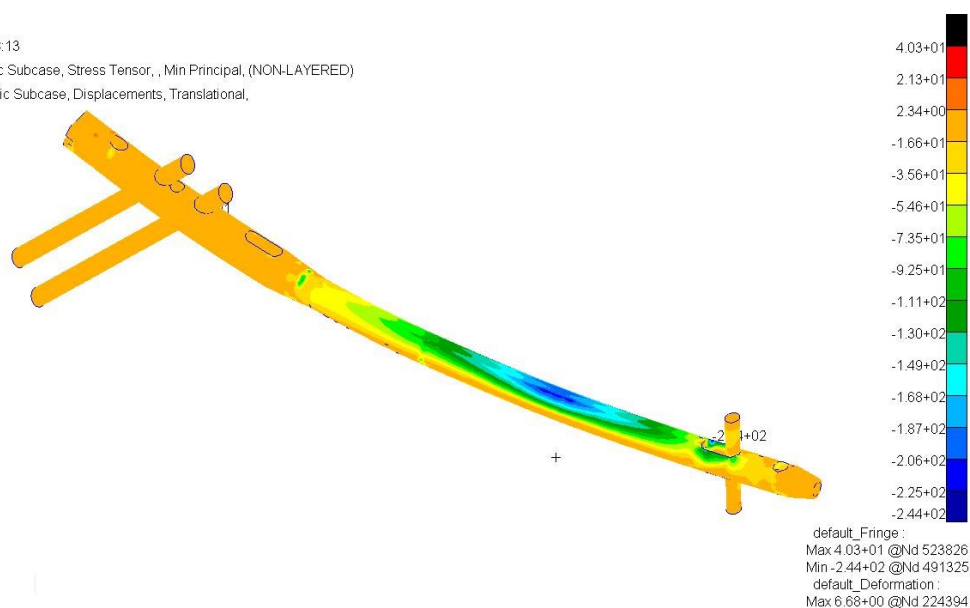
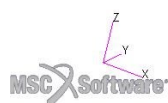
Obrázek 7.15 Redukované napětí [MPa] na celé soustavě u kontaktní úlohy

## 7.5.2 Minimální a maximální hlavní napětí

Patran 2017.0.1 01-Apr-18 17:18:13

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Stress Tensor, , Min Principal, (NON-LAYERED)

Deform: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational,

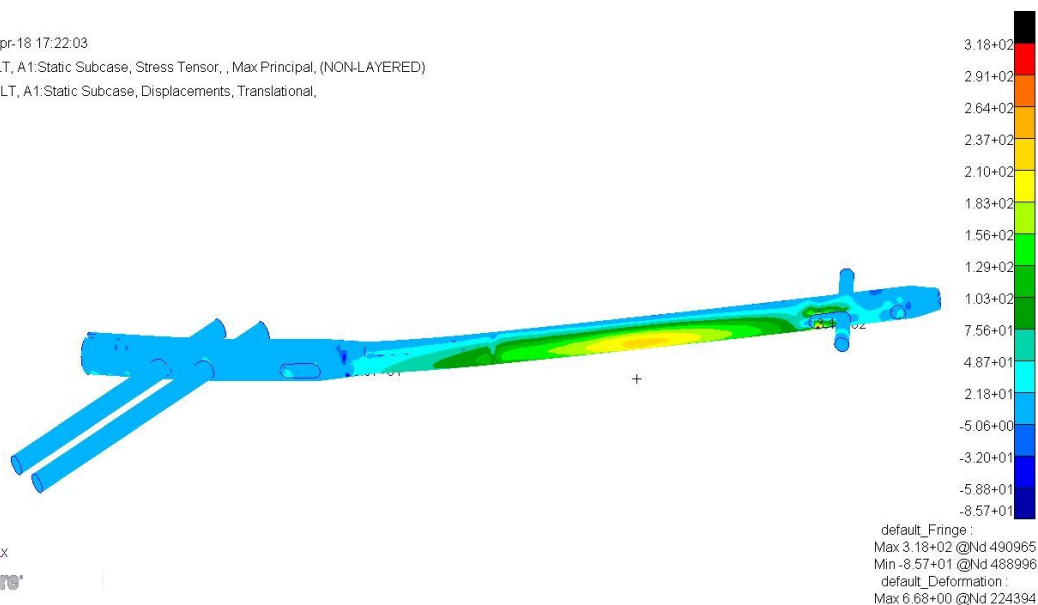


Obrázek 7.16 Minimální hlavní napětí [MPa] na hřebu se šrouby u kontaktní úlohy

Patran 2017.0.1 01-Apr-18 17:22:03

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Stress Tensor, , Max Principal, (NON-LAYERED)

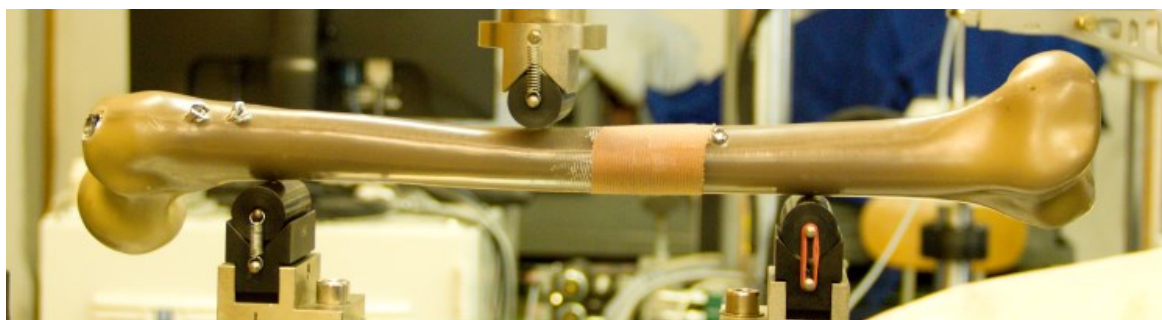
Deform: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational,



Obrázek 7.17 Maximální hlavní napětí [MPa] na hřebu se šrouby u kontaktní úlohy

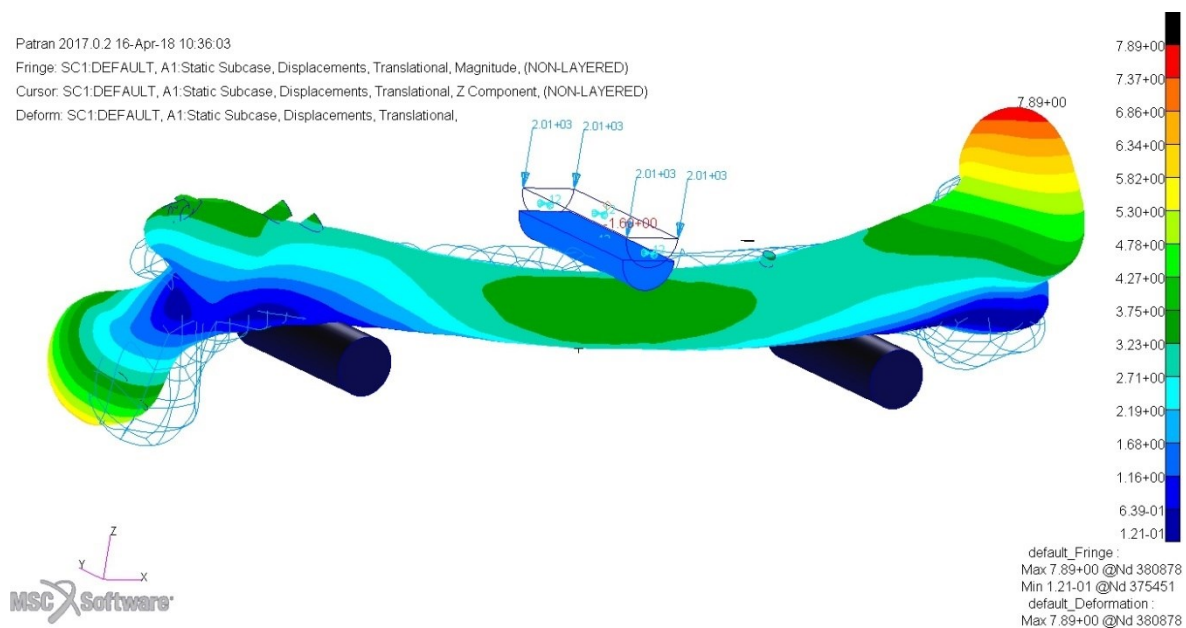


### 7.5.3 Přemístění



Obrázek 7.18 Průběh experimentu

Posunutí příčniku je zde  $1,60\text{ mm}$ . Posunutí stroje bylo při síle  $2005\text{ N}$   $1,55\text{ mm}$ . Z toho vyplývá, že se model při této síle odlišuje od experimentu o  $3,4\%$ .



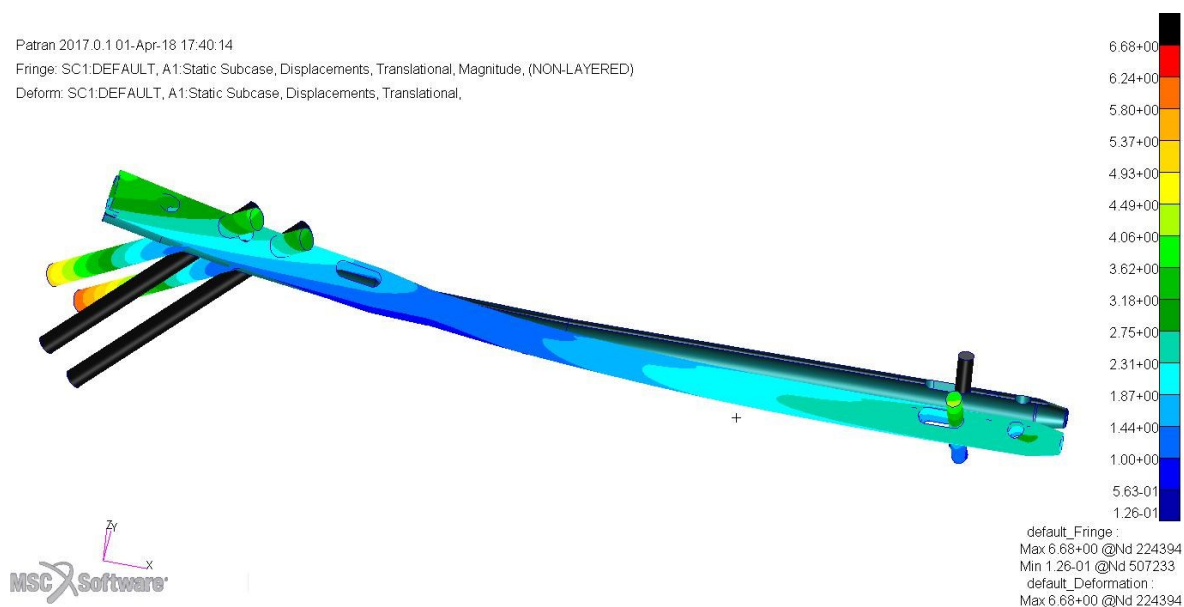
Obrázek 7.19 Celkové přemístění [mm] soustavy u kontaktní úlohy



Patran 2017.0.1 01-Apr-18 17:40:14

Fringe: SC1.DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

Deform: SC1.DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational,

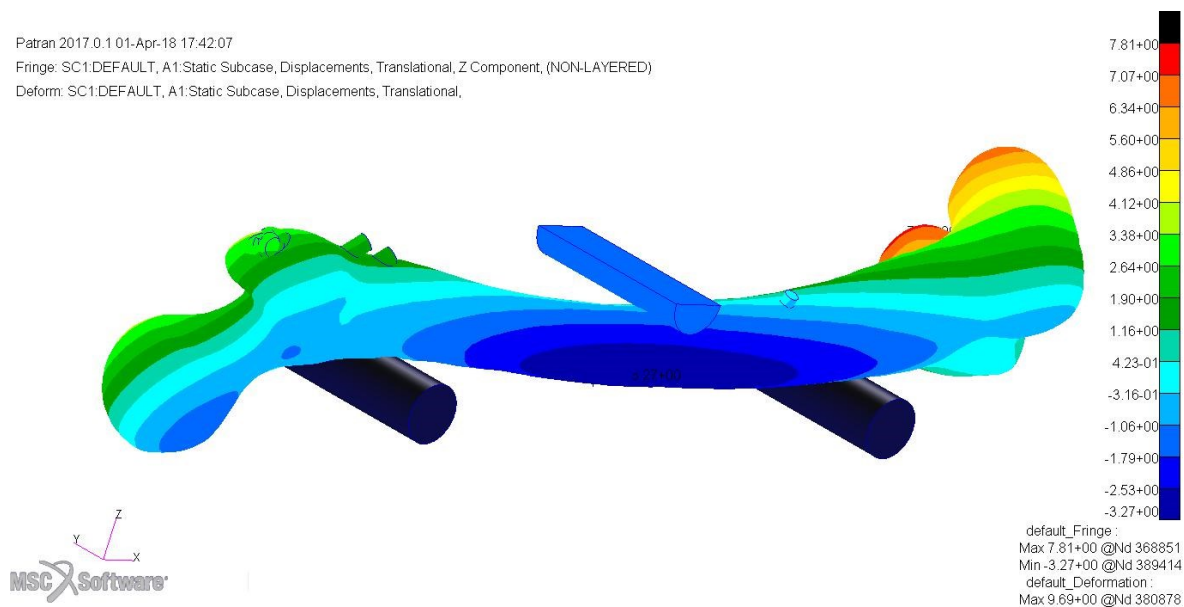


Obrázek 7.20 Celkové přemístění [mm] hřebu se šrouby u kontaktní úlohy

Patran 2017.0.1 01-Apr-18 17:42:07

Fringe: SC1.DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Z Component, (NON-LAYERED)

Deform: SC1.DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational,



Obrázek 7.21 Přemístění [mm] v ose Z celé soustavy u kontaktní úlohy

## 8 Konečno-prvkový model femorálního hřebu „zdravé“ kosti řešený pružným podložím

Ve světě byly hlášeny selhání femorálních hřebů, které léčí zlomeniny stehenní kosti. Z tohoto důvodu je užitečné přicházet s novými efektivnějšími metodami navrhování a kontrolování implantátů. Při řešení osteosyntézy zlomeniny femuru se nejprve musí vytvořit model s jehož pomocí se získají přijatelné výsledky. Většinou máme na výběr ze tří možností a to je: analytické řešení, numerické řešení a experiment.

V současnosti máme data průhybu v závislosti na síle získané zkouškou ohybem umělé kosti s hřebem. Dále z výsledků kontaktní úlohy máme k dispozici přibližné hodnoty napětí. Nyní je potřeba vytvořit odpovídající model metodou konečných prvků, kde se kost nebude modelovat, ale nahradí se modulem stlačitelnosti podloží  $K$ , který se aplikuje po aktivních plochách hřebu. Porovnáváním výsledků numerického výpočtu s výsledky experimentu se zjistí odpovídající modul stlačitelnosti podloží, který nahrazuje okolí (kost anebo i podpory) kolem hřebu. Tento model se dá poté použít ke zjištění přibližných hodnot deformačně napětových stavů různých hřebů namáhané tříbodovým ohybem, aniž by bylo třeba kost modelovat. Z toho vyplývá, že není nutné danou úlohu řešit kontakty. Bezkontaktní úlohy stačí běžně počítat jednou a beziteračně. Kontaktní úlohy se běžně počítají několikrát a jeden výpočet zabere mnohonásobně více času.

Na tvorbu geometrie byl použit 3D CAD software Autodesk Inventor Professional 2016. Pro výpočet byl zvolen program Ansys Workbench 18.2.

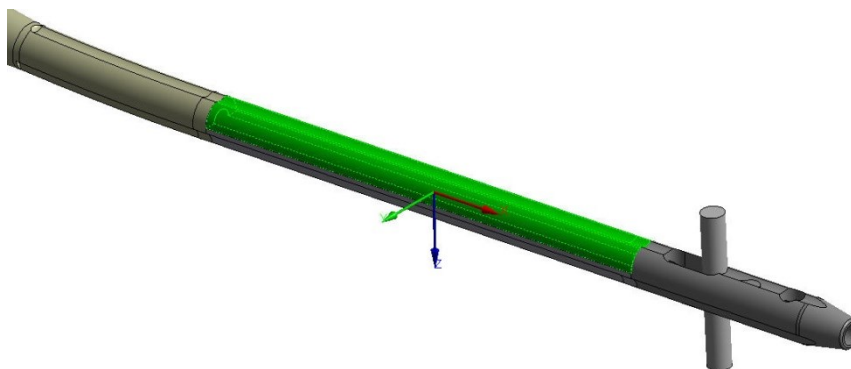
### 8.1 Geometrie

Při tomto výpočtu, kde jako náhrada kosti bylo využito pružného podloží došlo k odstranění veškeré geometrie kromě hřebu. Geometrie šroubů je zde použita jen pro představu jejich pohybu. Viz kapitola 7.1.



*Obrázek 8.1 Geometrie nitrodřeňového hřebu se šrouby*

Po importu do programu Ansys Workbench byl model hřebu rozřezán ve dvou na osu hřebu kolmých rovinách vzdálené od roviny YZ globálního souřadnicového systému na každou stranu 55 mm. Globální souřadnicový systém je v místě působení příčnicku. Vzniklé prostřední těleso se poté rozřezalo v jeho středící horizontální rovině.



*Obrázek 8.2 Rozdělení hřebu na jednotlivé části*

## 8.2 Vlastnosti použitých materiálů

### Hřeb a šrouby

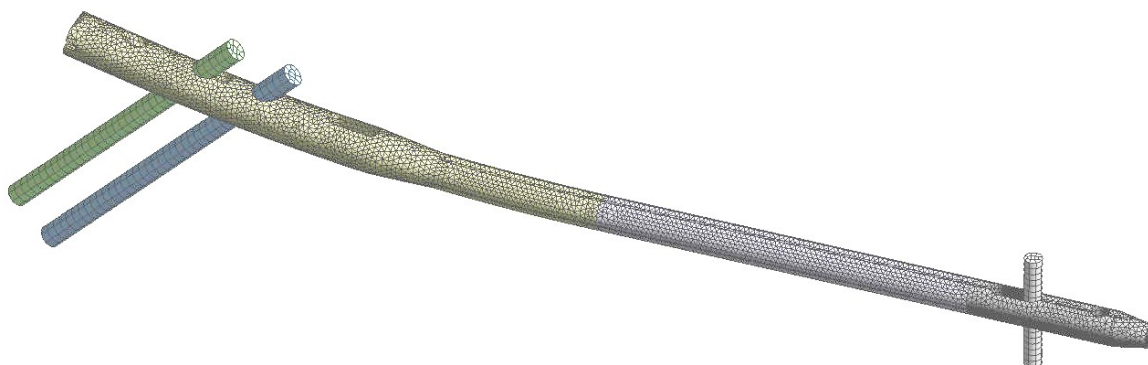
Hřeb a šrouby jsou vyrobeny z austenitické nerezové oceli 1.4441 (DIN X2CrNiMo18-14-3, AISI 316LVM viz kapitola 7.2.

Tabulka 8.1 – Mechanické vlastnosti nerezové oceli 316LVM [43]

Mez pevnosti v tahu [MPa]	Modul pružnosti [MPa]	Mez kluzu [MPa]	Poissonovo číslo [–]	Hustota $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
1 100	200 000	800	0,29	7 980

### 8.3 Diskretizace

Sít' hřebu byla tvořena tetraedrickými prvky Tet10. Tvořilo ji 58 038 elementů. Šrouby byly vysít'ovány hexaedrickými prvky Hex20. Což je šestistěnný prvek s dvaceti uzly ve vrcholech a ve středu jeho hran. Kompletní sít' tvořilo 59 072 elementů.

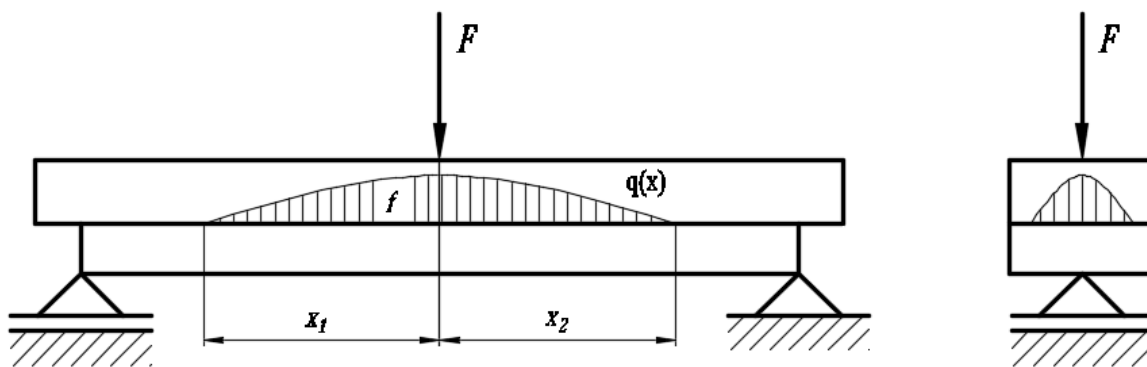


Obrázek 8.3 – Výsledná sít' modelu hřebu se šrouby

### 8.4 Okrajové podmínky

#### 8.4.1 Proměnlivé spojitě zatížení

Příčník působící bodově na kost vyvolá prostřednictvím přenosu zatížení přes kost spojitě zatížení působící na hřeb. Jedná se o prostorově proměnlivé spojitě zatížení, jehož průběh je závislý na tuhosti kosti a velikosti působící síly.



Obrázek 8.4 Bodová síla transformována na prostorové spojité zatížení

Jako aproximace tohoto účinku byl zvolen tlak působící proměnlivě v závislosti na ose X, na středící plochu prostřední části hřebu. Tento způsob byl zvolen z důvodu, že v programu Ansys Workbench lze zadat proměnlivý tlak jen normálově. Na konstantním tlaku bylo ověřeno, že tento způsob aplikace tlaku na středící rovinu se ve výsledcích zásadně neliší od aplikace na povrch horní poloviny prostředního tělesa.

Jako funkce spojitého zatížení byla zvolena parabola, jejíž koeficienty se vypočetly z okrajových podmínek.

Rovnice paraboly je

$$q(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad (8.1)$$

Na obou koncích spojitého zatížení je nulový tlak, uprostřed je maximální.

$$q(x_1) = a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + c = 0$$

$$q(x_2) = a \cdot x_2^2 + b \cdot x_2 + c = 0$$

Vyřešíme koeficienty  $a$  a  $b$ , s tím že na  $c$  se díváme jako na konstantu. Dostáváme řešení:

$$a = -\frac{c}{x_1^2 - x_1 \cdot x_2} - \frac{c}{x_2^2 - x_1 \cdot x_2} \quad b = \frac{c \cdot x_2}{x_1^2 - x_1 \cdot x_2} - \frac{c \cdot x_1^2}{x_2 \cdot (x_1^2 - x_1 \cdot x_2)}$$

Výpočtem integrálu získáme plochu pod křivkou  $f = \frac{F}{l} \left[ \frac{N}{mm} \right]$ , která odpovídá síle na šířku plochy. Kde celková síla je  $F [N]$ . Využilo se symetrie  $x_1 = -x_2$ .

$$f = 2 \cdot \int_0^{x_2} (a \cdot x^2 + b \cdot x + c) dx \rightarrow f = \frac{2 \cdot a \cdot x_2^3}{3} + b \cdot x_2^2 + 2 \cdot c \cdot x_2$$

Z rovnice vyřešíme konstantu  $c [MPa]$ .

$$c = -\frac{2 \cdot a \cdot x_2^3 + 3 \cdot b \cdot x_2^2 - 3 \cdot f}{6 \cdot x_2}$$

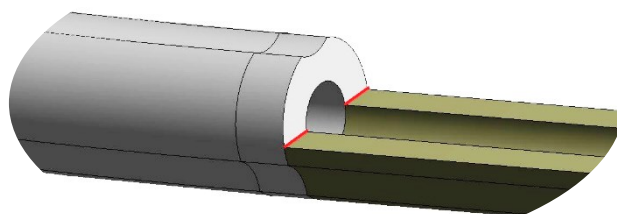
Dosadíme  $a$  a  $b$ .

$$c = -\frac{2 \cdot \left( -\frac{c}{x_1^2 - x_1 \cdot x_2} - \frac{c}{x_2^2 - x_1 \cdot x_2} \right) \cdot x_2^3 + 3 \cdot \left( \frac{c \cdot x_2}{x_1^2 - x_1 \cdot x_2} - \frac{c \cdot x_1^2}{x_2 \cdot (x_1^2 - x_1 \cdot x_2)} \right) \cdot x_2^2 - 3 \cdot f}{6 \cdot x_2}$$

Délka hran je celkem  $l = 5,4 \text{ mm}$ ,

$x_1 = -55 \text{ mm}$ ,

$x_2 = 55 \text{ mm}$ .



Obrázek 8.5 Detail plochy hřebu pro aplikaci tlaku

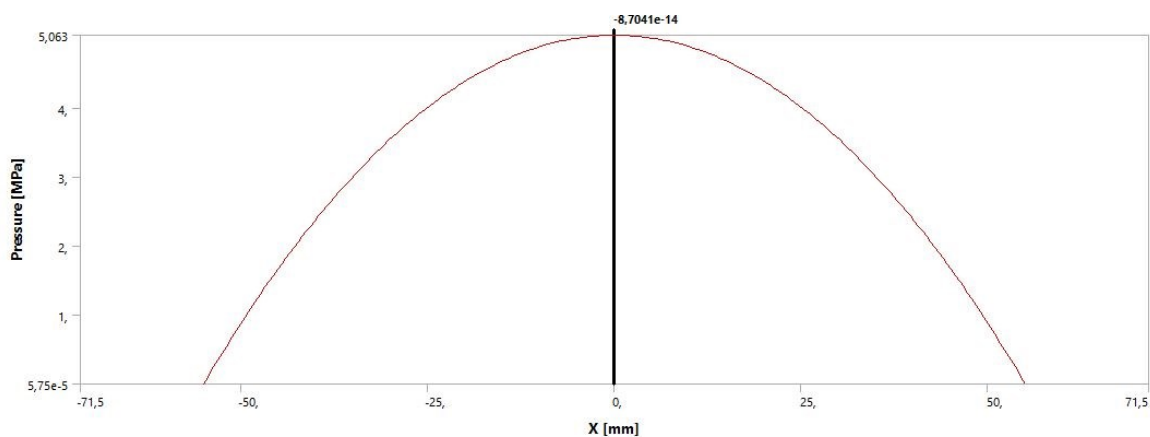
Vyřeší se  $c$ .

$$c = -\frac{3 \cdot x_1 \cdot f}{x_2^2 - 3 \cdot x_1 \cdot x_2}$$

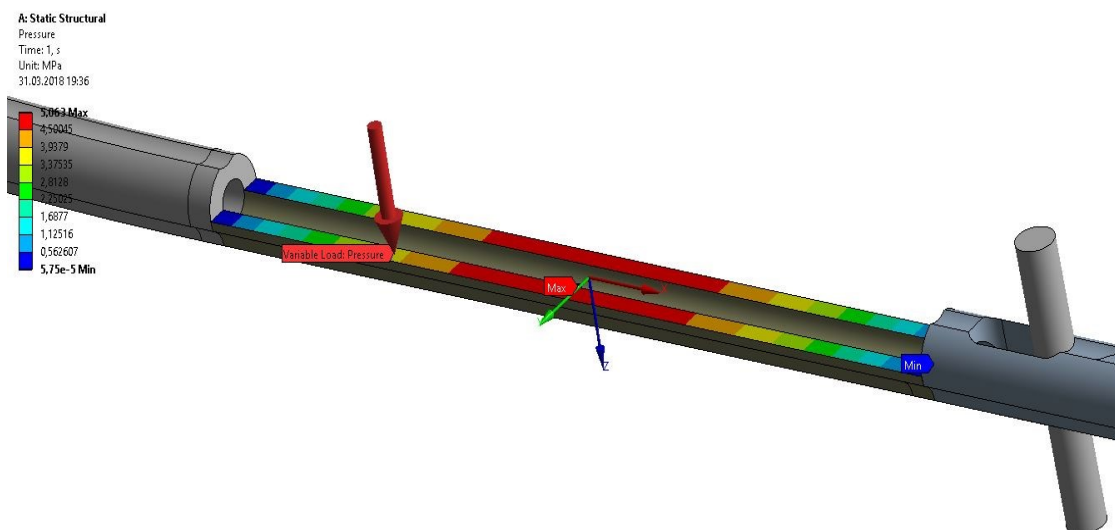
Poté se dosadí za koeficienty  $a$  a  $b$  a vyřeší se. Následně se konstanty  $a$ ,  $b$  a  $c$  dosadí do funkce paraboly.

Například pro zatěžující sílu  $F = 2005 \text{ N}$  vychází funkce

$$q(x) = -0,0016737 \cdot x^2 + 5,063.$$



Obrázek 8.6 Parabolický průběh spojitého zatížení (graf programu Ansys Workbench)



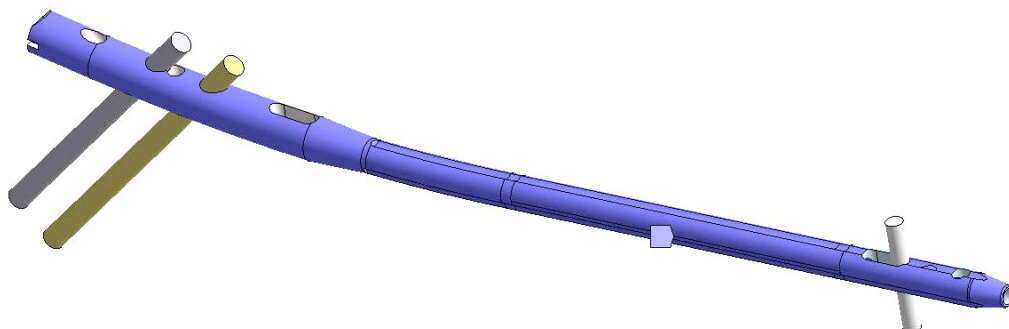
Obrázek 8.7 Aplikace proměnlivého tlaku

#### 8.4.2 Pružné podloží

Jako aproximace zpevňujícího účinku kosti na dvou podporách bylo použito pružné podloží, které se **nastavovalo na hodnotu odpovídající skutečnému průhybu kosti s hřebem z experimentu**. Tato okrajová podmínka byla aplikována na vnější povrch hřebu.

Nutno podotknout, že v místě podepření je očekáván bod s nulovým průhybem, což lze provést zavedením příslušné podpory (odebrání stupně volnosti). Nicméně v tomto případě je to díky vlastnostem Winklerova pružného podkladu a geometrie splněno.

V místě podpory totiž vychází shodou okolností přibližně nulový průhyb, tj. zadávání okrajové podmínky podpory není nutné. To však neplatí obecně u jiných typů úloh.



Obrázek 8.8 Aplikace pružného podloží na hřeb

## 8.5 Výsledky výpočtů

Deformace byly počítány v odhadované lineární oblasti, tj. v intervalu (251 – 4003,5) N. Délka jednoho výpočtu zabrala kolem 20 sekund.

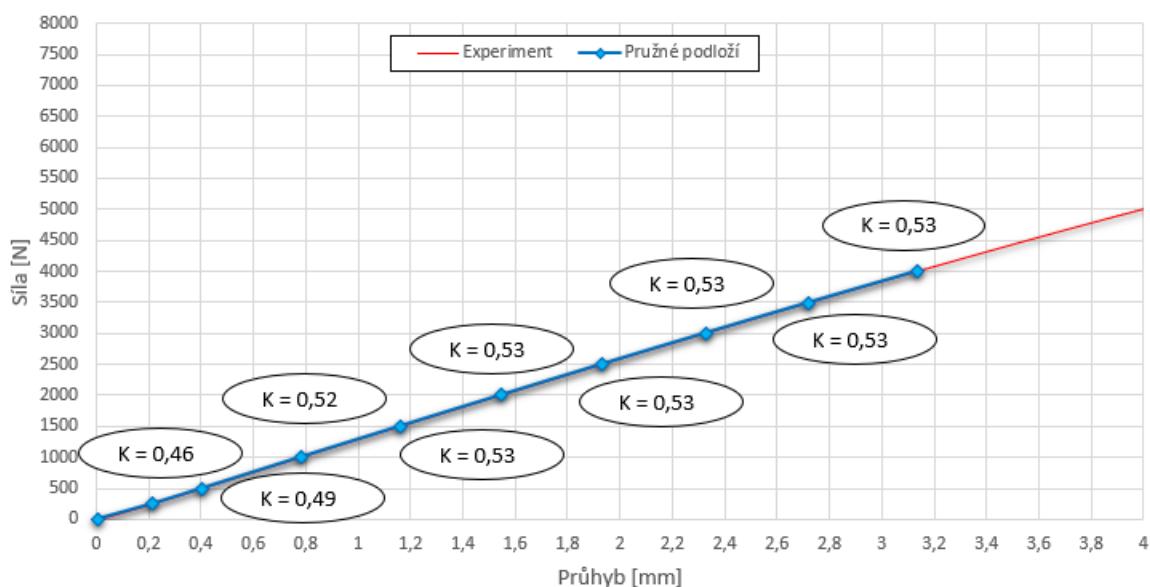
Tabulka 8.2 Přehled modulů stlačitelnosti podloží a napětí odpovídající průhybů ze zkoušky (na hřeb působí parabolické spojité zatížení)

Síla [N]	Průhyb [mm]	Modul stlačitelnosti podloží [N/mm <sup>3</sup> ]	Napětí [MPa]
251	0,22	0,46	33,6
497,7	0,40	0,49	65,3
1001,8	0,78	0,52	124,8
1500,4	1,16	0,53	186,1
2005	1,55	0,53	256,2
2503	1,93	0,53	310,5
3004,4	2,33	0,53	373,3
3495	2,72	0,53	433,4
4003,5	3,14	0,53	497,7

Průměrná hodnota Modulu stlačitelnosti podloží [N/mm <sup>3</sup> ]	0,52
---	------



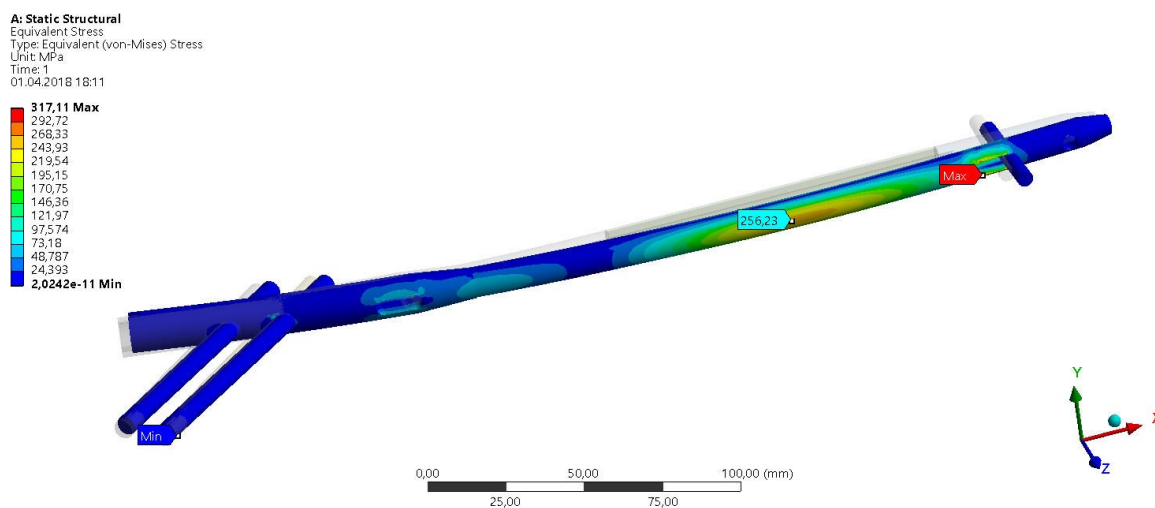
### Diagram odpovídajícího modulu stlačitelnosti podloží "zdravé" kosti s hřebem



Obrázek 8.9 Diagram odpovídajícího modulu stlačitelnosti podloží „zdravé“ kosti s hřebem

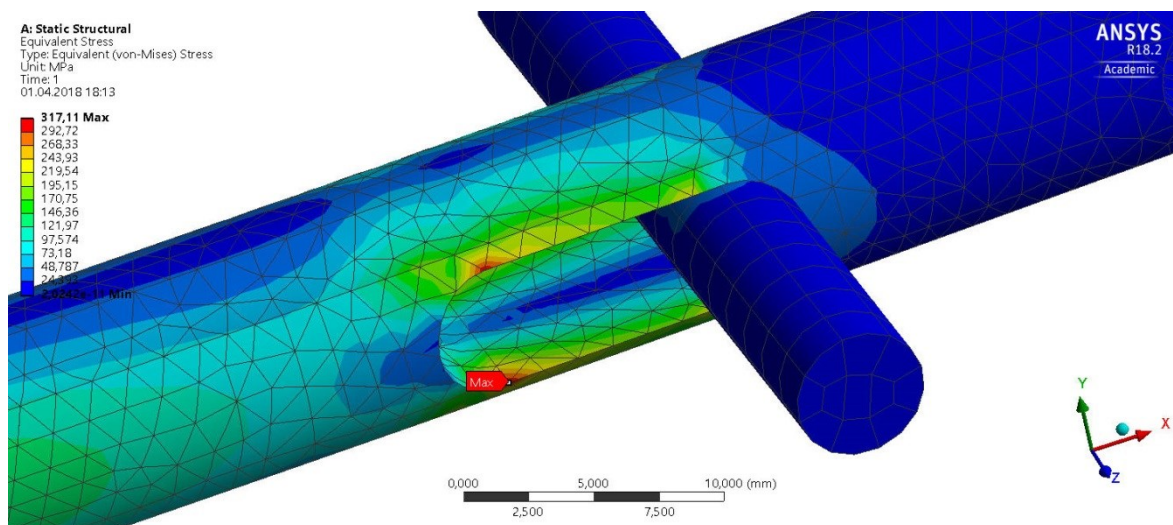
#### 8.5.1 Výsledek analýzy pro zatěžující sílu 2005 N

Napětí v největším průhybu vychází okolo 256 MPa.

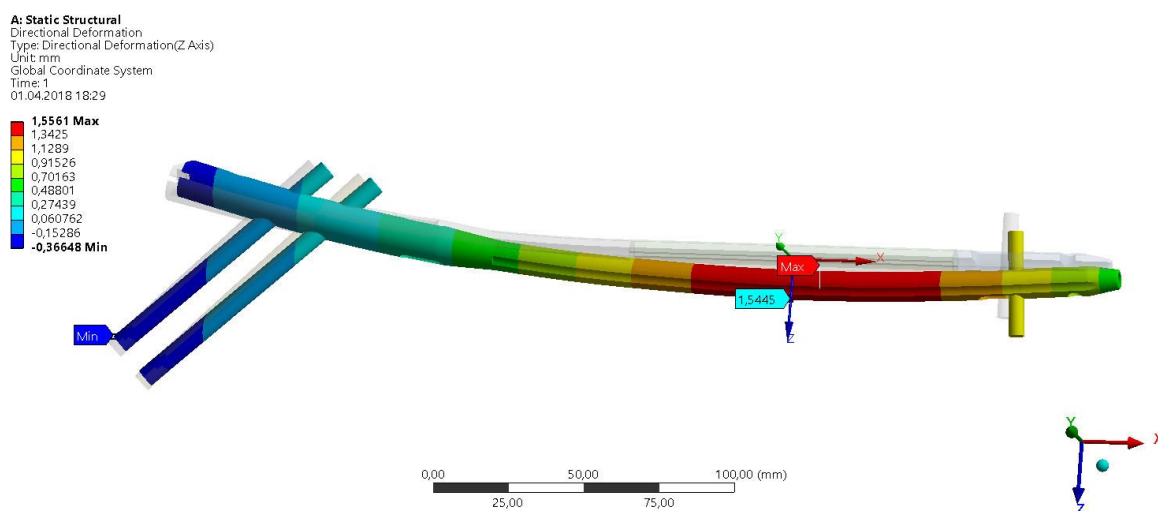


Obrázek 8.10 Redukované napětí von Misses [MPa] u hřebu s pružným podložím

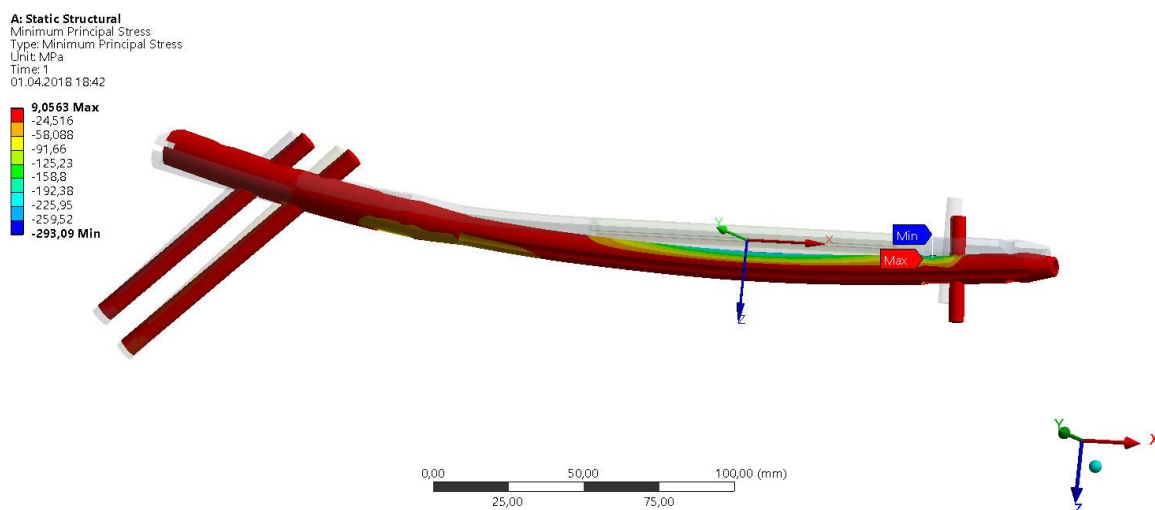
Maximální napětí vychází 317 MPa na hraně díry dynamického jištění. Na stejném místě jako na obr.7.12 u kontaktní úlohy, kde napětí vychází 313 MPa.



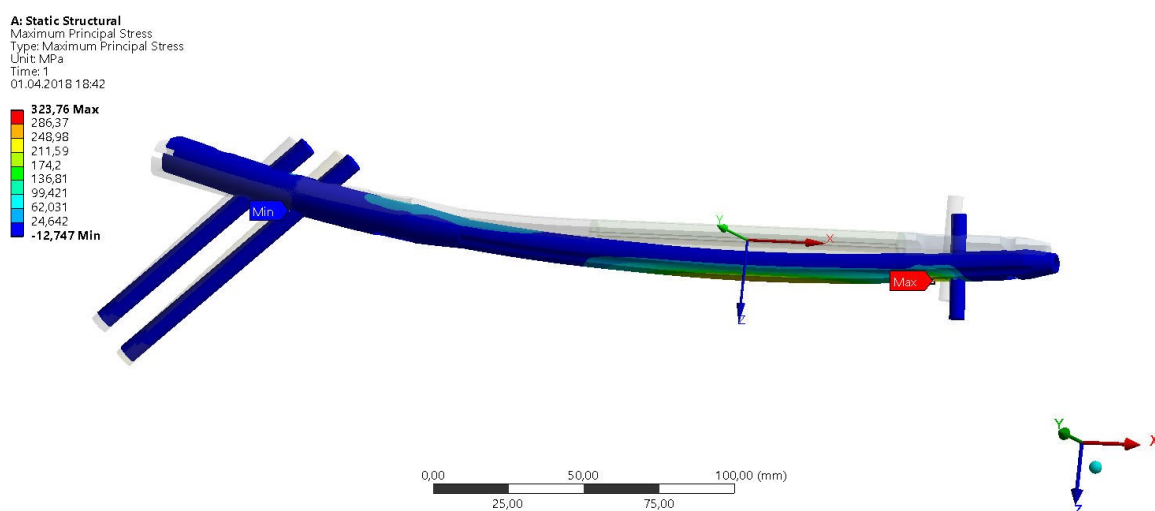
Obrázek 8.11 Maximální napětí [MPa] na otvoru dynamického jištění u hřebu s pružným podložím



Obrázek 8.12 Přemístění [mm] ve směru osy Z u hřebu s pružným podložím



Obrázek 8.13 Minimální hlavní napětí [MPa] u hřebu s pružným podložím



Obrázek 8.14 Maximální hlavní napětí [MPa] u hřebu s pružným podložím

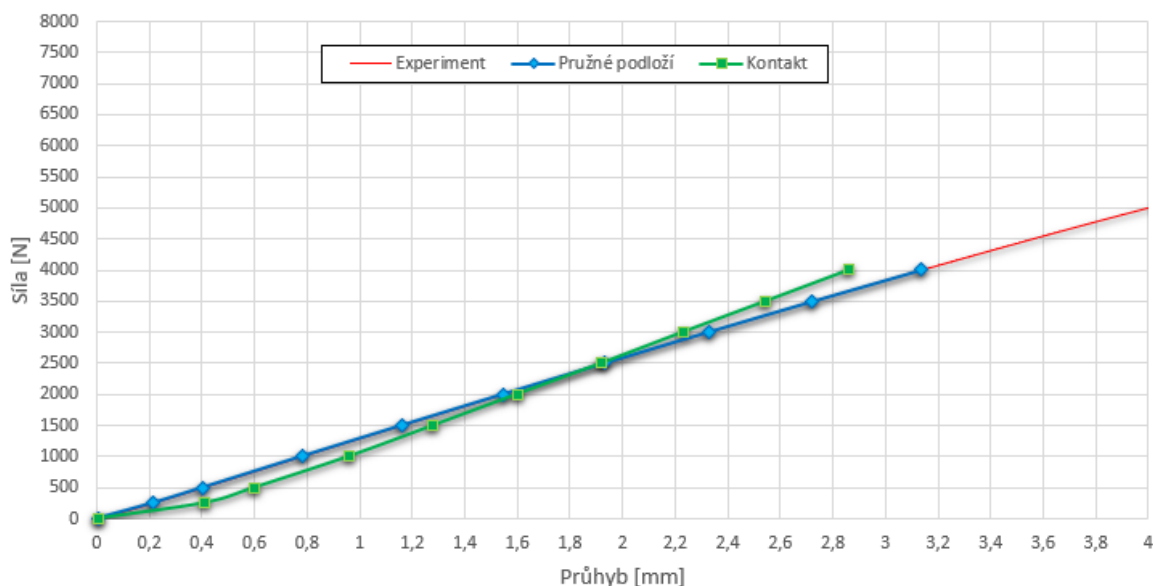
## 9 Zhodnocení a porovnání všech výpočtů

Tabulka 9.1 Přehled a porovnání výsledků kontaktní úlohy a úlohy řešené pružným podložím

Průhyb					Napětí [MPa]				
Síla [N]	experiment [mm]	kontakt [mm]	experiment–kontakt		kontakt [MPa]		pružný podklad [MPa]	Rozdíl [MPa]	Rozdíl [%]
			Rozdíl [mm]	Rozdíl [%]	femur	hřeb			
1,1	0,00	0,01	0,004	100,0	–	–	–	–	–
251,0	0,22	0,41	0,194	89,8	5,6	29,3	33,6	4,3	14,7
497,7	0,40	0,60	0,196	48,5	11,6	57,6	65,3	7,7	13,4
1001,8	0,78	0,96	0,178	22,8	23,0	115,9	124,8	8,9	7,7
1500,4	1,16	1,28	0,119	10,2	34,7	172,0	186,1	14,1	8,2
2005,0	1,55	1,60	0,052	3,4	45,6	230,2	256,2	26	11,3
2503,0	1,93	1,92	0,013	0,7	56,7	293,7	310,5	16,8	5,7
3004,4	2,33	2,23	0,098	4,2	69,8	346,1	373,3	27,2	7,9
3495,0	2,72	2,54	0,181	6,7	78,8	411,9	433,4	21,5	5,2
4003,5	3,14	2,86	0,277	8,8	89,9	469,2	497,7	28,5	6,1

Napětí uvedené v tabulce 9.1 odpovídají hodnotám v místě maximálního průhybu kosti s hřebem. Nutno podotknout, že skutečné hodnoty napětí v hřebu nejsou známy (hřeb je totiž uvnitř umělé kosti a přístup k němu je komplikovaný). Proto byla vytvořena úloha řešení pomocí mechanických kontaktů, abychom získali alespoň přibližnou představu. Díky těmto výsledkům byla následně zvolena v úloze pružného podkladu síla, parabolicky rozložená do určité oblasti, tak aby se napětí přibližně shodovalo s výsledky kontaktní úlohy.

Porovnání všech metod



Obrázek 9.1 Porovnání výsledků průhybu kontaktní úlohy a úlohy pružného podkladu

Hodnota modulu stlačitelnosti podloží u úlohy řešenou pružným podkladem příliš nekolísá. Při malých průhybech úlohy řešenou kontakty dostáváme výsledky průhybu s podstatně velkou relativní chybou. Při vyšších průhybech je relativní chyba uspokojivá, což ale není nijak překvapující. Tato vlastnost ovšem nebude mít zásadní vliv na velikosti napětí. Z výsledků je tedy patrné, že kost na dvou podporách s roztečí 260 mm namáhanou tříbodovým ohybem lze při pevnostní analýze bezpečně nahradit modulem stlačitelnosti podloží  $K$  o průměrné hodnotě kolem  $0,52 \frac{N}{mm^3}$  (při nižším zatížení vychází nižší modul stlačitelnosti podloží). Úloha s pružným podkladem tedy dává přibližně stejné výsledky jako úloha s kontakty, ale je výrazně jednodušší (méně elementů, bez nelinearit, mnohem rychlejší čas výpočtu).

## 10 Závěr

Tato bakalářská práce se zabývá využitím Winklerova pružného podkladu v biomechanických úlohách osteosyntézy kostí (traumatologie, ortopedie).

Práce zmiňuje modely pružného podkladu v oblasti nosníků, anatomii kostí, mechanické vlastnosti umělých a lidských kostí, problematiku osteosyntézy zlomenin femuru a také hlavní výrobce intramedulárních (nitrodřeňových) hřebů pro femur. V práci je také řešena téma týkající se aplikací pružného podkladu v úlohách biomechaniky.

Hlavním účelem bylo zjistit, zda je možné nahradit kost uloženou volně na dvou podporách namáhanou třibodovým ohybem pružným podloží. Metoda řešení je založena na experimentech prováděných na VŠB-TUO na katedře aplikované mechaniky a jejich porovnání se dvěma druhy výpočtů MKP.

Provedly se ohybové zkoušky dvou umělých kostí, kde první kost byla neporušená („zdravá“ kost) se hřebem délky 320 mm a druhá kost byla 2× rozřezána („zlomená“ kost) v subtrochanterické oblasti (liniová zlomenina) se hřebem délky 420 mm. Obě kosti se hřebem byly namáhány klasickým třibodovým ohybem se vzdáleností podpor 260 mm. Tuhost v lineární oblasti (tj. poměr zatěžující síly k průhybu) „zdravé“ kosti s hřebem vychází přibližně 1276 N/mm, tuhost „zlomené“ kosti 218 N/mm. Z experimentu tedy vyplývá, že je „zdravá“ kost asi 5,9× tužší než kost „zlomená“. Výsledky zatěžující síly v závislosti na průhybu, tj. ohyb „zdravé“ kosti, se posléze použily k ověření správnosti výpočtového kontaktního modelu (MKP), ze kterého se získaly průběhy napětí.

Následně se vytvořil pouze konečno-prvkový model hřebu, kde se místo kosti a podpor aplikovalo na povrch hřebu pružné podloží. S uvážením výsledků napětí u kontaktní úlohy, byl zvolen místo zatěžující síly proměnlivý tlak s parabolickým průběhem (při mechanickém kontaktu se totiž běžně objevuje proměnlivé kontaktní zatížení). Porovnáváním výsledků experimentu a konečno-prvkového modelu se našly moduly stlačitelnosti podloží o hodnotě kolem  $0,52 \frac{N}{mm^3}$ . Z toho vyplývá, že se tento model hřebu s pružným podloží dá v tomto případě s relativní přesností použít k deformačně napětíové analýze. Model s pružným podkladem je na rozdíl od modelu s mechanickými kontakty plně lineární, má menší počet elementů a uzlů sítě konečných prvků a je rychleji řešitelný. Elegantnost modelu s pružným podkladem je

dána tím, že interakce hřebu s kostí je daná jen jednoduchou okrajovou podmínkou Winklerova pružného podkladu (tj. odpadá modelování tvarově a materiálově složité kosti).

## Poznatky pro další rozvoj

Zlomeniny femuru všech typů patří mezi jedny z nejvážnějších zlomenin, proto je vhodné věnovat osteosyntéze femuru velkou pozornost.

V budoucnu by se daly podobné úlohy, kdy se soustava kosti nahradí pružným podložím, řešit i u jiných typů zatížení, než je třibodový ohyb. Kost stehenní je nejčastěji zatížená na ohyb, tlak a někdy také na krut, a proto je vhodné pokračovat i tímto směrem a rozvíjet biomechaniku i v těchto oblastech.

Pružný podklad je možno použít zřejmě ve všech oblastech osteosyntézy, kde se zajímáme o mechanické vlastnosti a analýzy implantátů či jiných osteosyntetických materiálů, což dokládají i výsledky jiných úloh uvedených v seznamu použité literatury.

Pružný podklad by se dal také použít v jiných oblastech, než je biomechanika, kdy chceme nahradit složitou soustavu, ovlivňující chování zkoumaného objektu, modulem stlačitelnosti podloží a podstatně tím, za cenu určitých nepřesností zjednodušit úlohu (stavebnictví, hornictví, strojírenství, ...).

Dále je možné se zabývat tvorbou a následnou pevnostní analýzou konečno-prvkových modelů lineárních i nelineárních modelů více typů nitrodřeňových hřebů, například patní kosti, humeru atd. Zabývat se také šrouby a jinými fixátory (zevní, vnitřní). K ověření modelů budou složité experimenty, kde mohou být testovány kromě umělých kostí také kosti z kadavérů, jejichž použití je ovšem eticky i finančně náročnější, ale možné. Dále dělat únavové a dynamické testy, které mají také veliký význam v praxi. Díky získaným výsledkům implantáty následně optimalizovat změnou geometrie (snížení napětí, vhodná tuhost). Tímto se zvýší jejich spolehlivost, která zkvalitní lékařskou péči a také zkracuje dobu rehabilitace, což přináší také pozitivní sociálně-ekonomický efekt.

V tomto modelu úlohy řešené mechanickými kontakty byl použit izotropní materiál, který přibližně odpovídá syntetickým materiálům umělé kosti. Do budoucna chceme více řešit kontaktní úlohy, kde model kosti bude tvořit například stovka objemů s různými izotropními materiálovými vlastnostmi (pomocí softwaru Materialise Mimics), nebo se každému elementu v konečno-prvkovém modelu přiřadí odlišný modul pružnosti. Další možnost je použít materiálový model, který dovolu



zadat různé hodnoty materiálových vlastností ve více směrech (např. lineární elastický ortotropní model, lineárně elastický anizotropní model, ...).

Díky aplikaci pružného podkladu se zrychlí výpočet a nabízí se možnost využití pravděpodobnostního přístupu, například pomocí metody Monte Carlo (tj. vstupy a následně i výstupy jsou dané statistickými rozloženími, které zachycují reálný rozptyl úloh mechaniky/biomechaniky). Takové úlohy jsou však náročné na množství opakovaných výpočtů s náhodnými parametry.

Získané výsledky této bakalářské práce bude autor a jeho vedoucí společně publikovat (databáze SCOPUS nebo Web of Science).

## Poděkování

Tímto bych rád poděkoval mému vedoucímu bakalářské práce doc. Karlu Frydryškovi, Ph.D. za pomoc, rady a připomínky, které pro mě byly inspirací při vytváření této bakalářské práce.

## Seznam použité literatury

1. *ABZ.cz: slovník cizích slov*. [Online] [Citace: 10. 10 2017.] Dostupné z: <http://slovník-cizich-slov.abz.cz/web.php/slovník>.
2. *Velký lékařský slovník On-Line*. [Online] [Citace: 10. 10 2017.] Dostupné z: <http://lekarske.slovníky.cz>.
3. Metoda konečných prvků . *Wikipedie*. [Online] [Citace: 3. 2 2018.] Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda\\_konečných\\_prvků](https://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda_konečných_prvků).
4. *Medicina.cz - První český zdravotnický portál. Kosti*. [Online] [Citace: 11. 17 2017.] Dostupné z: <http://medicina.cz/clanky/2563/34/Kosti/>.
5. *kost. Velký lékařský slovník*. [Online] [Citace: 2017. 10 10.] Dostupné z: <http://lekarske.slovníky.cz/pojem/kost>.
6. Obecná charakteristika skeletu. *Patobiomechanika a Patokinesiologie KOMPENDIUM*. [Online] [Citace: 10. 10 2017.] Dostupné z: [http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendum/anatomie/kosti\\_stavba\\_skelet.php](http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendum/anatomie/kosti_stavba_skelet.php).
7. Stavba dlouhých kostí. *Patobiomechanika a Patokinesiologie KOMPENDIUM*. [Online] [Citace: 10. 10 2017.] Dostupné z: [http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendum/anatomie/kosti\\_stavba\\_dlouhe.php](http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendum/anatomie/kosti_stavba_dlouhe.php).
8. Tělesný plán obratlovců. *Masaryk University*. [Online] [Citace: 10. 10 2017.] Dostupné z: [https://is.muni.cz/el/1431/jaro2015/Bi2000/um/10\\_Strunatci\\_morfol\\_repetitorium.txt](https://is.muni.cz/el/1431/jaro2015/Bi2000/um/10_Strunatci_morfol_repetitorium.txt).
9. O kostech v lidském těle. *Orling*. [Online] [Citace: 1. 12 2017.] Dostupné z: <https://www.orling.cz/cs/clanky/o-artroze-a-lidech/kosti-a-klouby/o-kostech-v-lidskem-tele.html>.
10. Body system websites! *Skeletal System*. [Online] [Citace: 21. 10 2017.] Dostupné z: <https://1szsbodysystem.weebly.com/skeletal-system.html>.
11. Stehenní kost. *Patobiomechanika a Patokinesiologie KOMPENDIUM*. [Online] [Citace: 19. 10 2017.] Dostupné z: [http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendum/anatomie/dk\\_stehno\\_femur.php](http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendum/anatomie/dk_stehno_femur.php).

12. Kostra dolní končetiny. *Základy anatomie pohybového ústrojí | Fakulta sportovních studií Masarykovy univerzity*. [Online] [Citace: 2. 11 2017.] Dostupné z: [https://is.muni.cz/do/fsps/e-learning/zaklady\\_anatomie/zakl\\_anatomie\\_I/pages/kostra\\_dolni\\_koncetiny.html](https://is.muni.cz/do/fsps/e-learning/zaklady_anatomie/zakl_anatomie_I/pages/kostra_dolni_koncetiny.html).
13. Mechanické vlastnosti kostní tkáně. *Patobiomechanika a Patokinesiologie KOMPENDIUM*. [Online] [Citace: 15. 10 2017.] Dostupné z: [http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompedium/biomechanika/vlastnosti\\_tkane\\_kostni.php](http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompedium/biomechanika/vlastnosti_tkane_kostni.php).
14. Mikulčák, J. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. Praha : SPN Praha, 1988. 978-80-7196-345-5.
15. *FBMI ČVUT*. [Online] [Citace: 11. 3 2018.] Dostupné z: [www.fbmi.cvut.cz/e/kosti/160.doc](http://www.fbmi.cvut.cz/e/kosti/160.doc).
16. Strain = Deform/Length mm/mm - ppt video online download. *Slideplayer*. [Online] [Citace: 13. 1 2018.] Dostupné z: <http://slideplayer.com/slide/7733340/>.
17. Hřeby nitrodřeňové femorální. *Medin*. [Online] [Citace: 19. 10 2017.] Dostupné z: <http://medin.cz/hreby-nitrodrenove-femoralni>.
18. Hřeby rekonstrukční. *Medin*. [Online] [Citace: 18. 10 2017.] Dostupné z: <http://medin.cz/hreby-rekonstrukcni>.
19. Materiály v regenerativní medicíně. *Wikiskripta*. [Online] [Citace: 18. 10 2017.] Dostupné z: [http://www.wikiskripta.eu/w/Materiály\\_v\\_regenerativní\\_medicíne](http://www.wikiskripta.eu/w/Materiály_v_regenerativní_medicíne).
20. Femoral Shaft. *Sharma Orthopedic*. [Online] [Citace: 19. 10 2017.] Dostupné z: <http://www.sharmaortho.com/Orthopedic-Implant-BodyPartProduct/17/Femoral-Shaft.html>.
21. Hřeby nitrodřeňové femorální retrogradní. *Medin*. [Online] [Citace: 19. 10 2017.] Dostupné z: <http://medin.cz/hreby-nitrodrenove-femoralni-retrogradni>.
22. Used DePuy, AFFIXUS Hip Fracture Nail System, Orthopedic Plates and Screws Set for Sale - 785599418. *Medwow*. [Online] [Citace: 15. 1 2018.] Dostupné z: <http://www.medwow.com/used-orthopedic-plates-and-screws-set/depu/affixus-hip-fracture-nail-system/785599418.item>.

23. Zlomeniny proximálního femuru. *Wikiskripta*. [Online] [Citace: 3. 11 2017.] Dostupné z: [http://www.wikiskripta.eu/w/Zlomeniny\\_proximálního\\_femuru](http://www.wikiskripta.eu/w/Zlomeniny_proximálního_femuru).
24. Zlomeniny diafýzy femuru. *Wikiskripta*. [Online] [http://www.wikiskripta.eu/w/Zlomeniny\\_diafýzy\\_femuru](http://www.wikiskripta.eu/w/Zlomeniny_diafýzy_femuru).
25. Žvák Ivo, Brožík Jan, Kočí Jaromír, Ferko Alexander. *Traumatologie ve schématech a RTG obrazech*. místo neznámé : Grada Publishing a.s., 2006. 8024767376.
26. Medin. *Operační technika hřeb femorální retrogradní*. [Online] [Citace: 2. 11 2017.] Dostupné z: <http://medin.cz/media/cache/file/bc/gr84wwqd22.pdf>.
27. Expert R /AFN. Retrogradní / antegradní femorální hřeb. - PDF. *Docplayer*. [Online] [Citace: 10. 10 2017.] Dostupné z: <http://docplayer.cz/9018624-Expert-r-afn-retrogradni-antegradni-femoralni-hreb.html>.
28. Zlomenina diafýzy femuru. *Dětská chirurgie*. [Online] [Citace: 15. 10 2017.] Dostupné z: <http://telemedicina.med.muni.cz/pdm/detska-chirurgie/index.php?pg=traumatologie--klasifikace--obecne-principy-klasifikace--diafyza-dlouhe-kosti--popis-zlomenin--ao-klasifikace--diafyza-femuru>.
29. Operační postupy. *Medin*. [Online] [Citace: 16. 10 2017.] Dostupné z: [http://medin.cz/media/cache/file/1e/OP034CS-R00\\_hreb\\_femoralni\\_lateralni\\_2016-06-23\\_1.pdf](http://medin.cz/media/cache/file/1e/OP034CS-R00_hreb_femoralni_lateralni_2016-06-23_1.pdf).
30. Frydryšek, Karel. *Nosníky a rámy na pružném podkladu 1*. ostrava : VŠB - TUO, 2006. 80-248-1244-4.
31. C.J Wang, A.L Yettram, M.S Yao, P Procter. Finite element analysis of a Gamma nail within a fractured femur. *Medical Engineering & Physics*. Elsevier Science Ltd, 1998, Sv. 20, 9.
32. Intramedullary femoral nails: one or two lag screws. A preliminary study. *Medical Engineering & Physics*. Elsevier Science Ltd, 2000, Sv. 22, 9.
33. Shih-HaoChen, Tzai-ChiuYu, Chih-HanChang, Yuan-ChiaoLu. Biomechanical analysis of retrograde intramedullary nail fixation in distal femoral fractures. *The Knee*. Elsevier B.V, 2008, Sv. 15, 5.

34. František Sejda, Karel Frydryšek, Martin Pompach, Roman Litner. Biomechanics – Elastic Foundation Applied in Modelling of Calcaneal Nails. *Scientific Proceedings Faculty of Mechanical Engineering*. De Gruyter Open, 2015, Sv. 23, 1.
35. C-NAIL calcaneal nail. *Medin*. [Online] [Citace: 20. 1 2018.] Dostupné z: <http://medin.cz/c-nail-calcaneal-nail>.
36. Nelineární úlohy nosníků na pružném podkladu. *DSpace VŠB-TUO*. [Online] [Citace: 14. 2 2018.] Dostupné z: <https://dspace.vsb.cz/handle/10084/122054>.
37. Vnitřní fixátory pro léčbu pacientů v traumatologii a ortopedii. *DSpace VŠB-TUO*. [Online] [Citace: 14. 2 2018.] Dostupné z: <https://dspace.vsb.cz/handle/10084/122053>.
38. Benjamin J.Fregly, YanhongBei, Mark E.Sylvester. Experimental evaluation of an elastic foundation model to predict contact pressures in knee replacements. *Journal of Biomechanics*. Elsevier Science Ltd, 2003, Sv. 36, 11.
39. Strength Analyses of Screws for Femoral Neck Fractures. *SpringerLink*. [Online] [Citace: 24. 4 2018.] Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs40846-018-0378-x>.
40. Right Femur | OROTHObones | Biomechanical Bone. *3B Scientific*. [Online] [Citace: 16. 2 2018.] Dostupné z: [https://www.3bscientific.com/orthobones-premium-right-femur-1005117-w19121-3b-orthobones-1005117,p\\_1463\\_24368.html](https://www.3bscientific.com/orthobones-premium-right-femur-1005117-w19121-3b-orthobones-1005117,p_1463_24368.html).
41. About - Sawbones. *Sawbones*. [Online] [Citace: 16. 2 2018.] Dostupné z: <https://www.sawbones.com/about/>.
42. Biomechanical Test Materials. *Sawbones*. [Online] [Citace: 16. 2 2018.] Dostupné z: <https://www.sawbones.com/about/printed-catalog/>.
43. Femur with Bicondylar and Congenital Fractures - Femur - Orthopaedic Models - Catalog. *Sawbones*. [Online] [Citace: 16. 2 2018.] Dostupné z: <https://www.sawbones.com/products/orthopaedic-models/femur/femur-large-left-foam-cortical-shell-w-cancellous-w-bicondylar-fx-lateral-frag.html>.

44. Femur, Finite Element Model of #3406 - FE Models (Finite Element) - Digital Anatomy Media - Catalog. *Sawbones*. [Online] [Citace: 16. 2 2018.] Dostupné z: <https://www.sawbones.com/products/digital-anatomy-media/fe-models-finite-element/femur-large-left-finite-element-model-of-3406.html#prettyPhoto>.

45. Sejda, Ing. František. EXPERIMENTÁLNÍ PRUŽNOST. *Měření metodou ESPI na tibiálně distální mediální dlaze*. [Online] [Citace: 12. 12 2017.]

46. Femur - STEP / IGES, SOLIDWORKS - 3D CAD model - GrabCAD. *GrabCAD*. [Online] [Citace: 11. 3 2018.] Dostupné z: <https://grabcad.com/library/femur--1>.

47. Varzene Metal / Products / Material Quality Information / 14441 (din X2crnimo18 14 3 Aisi 316lvm). *Varzene*. [Online] [Citace: 3. 6 2018.] Dostupné z: [http://www.varzene.com/En/Products/Material-Quality-Information/14441-\(din-X2crnimo18-14-3-Aisi-316lvm\)](http://www.varzene.com/En/Products/Material-Quality-Information/14441-(din-X2crnimo18-14-3-Aisi-316lvm)).

48. Mode de présent. des doc. AQ [TXT]. *Unimed*. [Online] [Citace: 3. 11 2018.] Dostupné z: [http://www.unimed.ch/fileadmin/documents/pdf/AISI\\_316LVM\\_EN\\_02.pdf](http://www.unimed.ch/fileadmin/documents/pdf/AISI_316LVM_EN_02.pdf).

## Seznam obrázků

Obrázek 1.1 – Kompaktní a houbovitá část kosti [8] .....	18
Obrázek 1.2 – Rozdělení kosti na jednotlivé segmenty [9].....	18
Obrázek 1.3 – Stavba kosti [10] (převzato a upraveno) .....	19
Obrázek 1.4 – Femur – pohled zepředu [12] (převzato a upraveno).....	20
Obrázek 1.5 – Femur – pohled zezadu [12] .....	21
Obrázek 1.6 – Vliv rychlosti zatěžování, stárnutí a obsahu minerálů na mechanické vlastnosti kosti [13] .....	22
Obrázek 2.1 – Rekonstrukční hřeb firmy Medin, a.s. [18].....	23
Obrázek 2.2 Osteosyntéza femorálním hřebem firmy DePuy [22] .....	24
Obrázek 2.3 – Anterográdní a retrográdní přístup [27].....	25
Obrázek 2.4 – Zlomeniny typu A [28] .....	25
Obrázek 2.5 – Zlomeniny typu B [28] .....	26
Obrázek 2.6 – Zlomeniny typu C [28] .....	26
Obrázek 2.7 – Možnosti proximálního jištění [29] .....	27
Obrázek 2.8 – Proximální jištění do hlavice a krčku femuru [29] .....	28
Obrázek 3.1 – Nosník uložený na pružném podkladu po celé šířce $b_k$ [30]....	30
Obrázek 3.2 – Nezatížený a zatížený stav úseku délky $dx$ , který je uložen na pružném podkladu .....	31
Obrázek 4.1 – Calcaneal nail [35] .....	36
Obrázek 4.2 – Průběh celkových posuvů mediální dlahy na tibii pro případ chybějícího fragmentu kosti [37] .....	37
Obrázek 4.3 – Dynamický model kolenního implantátu [38] .....	38



Obrázek 5.1 – ORTHObones Premium pravý Femur [39] .....	39
Obrázek 5.2 – Polyuretanové pěny [41] .....	40
Obrázek 5.3 – Kompozitní kosti [41] .....	41
Obrázek 5.4 – Osteoporózní umělá kompaktní kost [44] .....	41
Obrázek 5.5 – Umělý femur se zlomeninami [42] .....	41
Obrázek 5.6 – Konečno-prvkový model femuru [43] .....	42
Obrázek 6.1 – RTG snímek umělé kosti se subtrochanterickou liniovou zlomeninou s nitrodřeňovým hřebem délky 420 mm a jištěním šroubů do krčku [Fakultní nemocnice Ostrava] .....	43
Obrázek 6.2 – RTG snímek umělé kosti s nitrodřeňovým hřebem délky 320 mm a jištěním šroubů do krčku [Fakultní nemocnice Ostrava] .....	44
Obrázek 6.3 – Trhací stroj TestometricM500/50CT [44] .....	45
Obrázek 6.4 – Graf závislosti zatěžující síly na průhybu „zdravé“ kosti se hřebem délky 320 mm .....	46
Obrázek 6.5 – Ustavení „zdravé“ kosti se hřebem délky 320 mm .....	47
Obrázek 6.6 – Zlomenina vyvolána zatížením „zdravé“ kosti se hřebem délky 320 mm .....	47
Obrázek 6.7 – Graf závislosti zatěžující síly na průhybu „zlomené“ kosti se hřebem délky 420 mm .....	48
Obrázek 6.8 – Ustavení „zlomené“ kosti se hřebem délky 420 mm .....	49
Obrázek 6.9 – Stav po ohybu „zlomené“ kosti se hřebem délky 420 mm .....	49
Obrázek 6.10 – Stav obou kostí po zkoušce .....	50
Obrázek 7.1 Geometrie kompletní sestavy femuru s hřebem, šrouby a náhradou stroje .....	52
Obrázek 7.2 Řez sestavy femuru s hřebem, šrouby a náhradou stroje .....	52

Obrázek 7.3 – Ustavení kosti s hřebem při zkoušce ohybem.....	53
Obrázek 7.4 Submodeling na hřebu u kontaktní úlohy .....	55
Obrázek 7.5 Síť hřebu u kontaktní úlohy .....	55
Obrázek 7.6 Síť femuru u kontaktní úlohy.....	56
Obrázek 7.7 Celková síť sestavy s 0D elementy s předepsanou tuhostí u kontaktní úlohy .....	56
Obrázek 7.8 Aplikace vazeb a zatížení .....	57
Obrázek 7.9 Kontaktní tabulka softwaru MSC Patran .....	59
Obrázek 7.10 Redukované napětí [MPa] na femuru u kontaktní úlohy .....	60
Obrázek 7.11 Redukované napětí [MPa] na hřebu se šrouby u kontaktní úloh	60
Obrázek 7.12 Maximální napětí [MPa] na otvoru dynamického jištění u hřebu u kontaktní úlohy.....	61
Obrázek 7.13 Redukované napětí [MPa] na šroubu délky 35 mm u kontaktní úlohy .....	61
Obrázek 7.14 Redukované napětí [MPa] na šroubech délky 90 mm a 100 mm u kontaktní úlohy .....	62
Obrázek 7.15 Redukované napětí [MPa] na celé soustavě u kontaktní úlohy ..	62
Obrázek 7.16 Minimální hlavní napětí [MPa] na hřebu se šrouby u kontaktní úlohy.....	63
Obrázek 7.17 Maximální hlavní napětí [MPa] na hřebu se šrouby u kontaktní úlohy .....	63
Obrázek 7.18 Průběh experimentu .....	64
Obrázek 7.19 Celkové přemístění [mm] soustavy u kontaktní úlohy .....	64
Obrázek 7.20 Celkové přemístění [mm] hřebu se šrouby u kontaktní úlohy ....	65

Obrázek 7.21 Přemístění [mm] v ose Z celé soustavy u kontaktní úlohy .....	65
Obrázek 8.1 Geometrie nitrodřeňového hřebu se šrouby .....	67
Obrázek 8.2 Rozdělení hřebu na jednotlivé části .....	67
Obrázek 8.3 – Výsledná síť modelu hřebu se šrouby .....	68
Obrázek 8.4 Bodová síla transformována na prostorové spojitě zatížení .....	69
Obrázek 8.5 Detail plochy hřebu pro aplikaci tlaku .....	70
Obrázek 8.6 Parabolický průběh spojitěho zatížení .....	71
Obrázek 8.7 Aplikace proměnlivého tlaku .....	71
Obrázek 8.8 Aplikace pružného podloží na hřeb .....	72
Obrázek 8.9 Diagram odpovídajícího modulu stlačitelnosti podloží „zdravé“ kosti s hřebem .....	73
Obrázek 8.10 Redukované napětí von Misses [MPa] u hřebu s pružným podložím .....	73
Obrázek 8.11 Maximální napětí [MPa] na otvoru dynamického jištění u hřebu s pružným podložím .....	74
Obrázek 8.12 Přemístění [mm] ve směru osy Z u hřebu s pružným podložím ..	74
Obrázek 8.13 Minimální hlavní napětí [MPa] u hřebu s pružným podložím ....	75
Obrázek 8.14 Maximální hlavní napětí [MPa] u hřebu s pružným podložím ...	75
Obrázek 9.1 Porovnání výsledků průhybu kontaktní úlohy a úlohy pružného podkladu .....	76